Table des matières

Avant-propos

Ce recueil de problèmes corrigés destiné aux candidats à l'Agrégation interne et externe de Mathématiques sera également utile aux étudiants de licence et maîtrise de Mathématiques. Les enseignants y trouveront également une source d'inspiration.

La préparation aux concours d'Agrégation est essentiellement un travail de synthèse. C'est dans cette optique que l'ouvrage est agencé. Pour chacune des trois parties qui constituent ce volume, le plan de travail est identique.

Tout d'abord dans un chapitre d'introduction on rappelle les définitions essentielles et on annonce les thèmes abordés avec des applications. Dans une leçon d'oral le candidat ne peut pas se contenter d'énoncer seulement un théorème, il doit avoir réfléchi sur la nécessité des hypothèses et sur les applications. Ce chapitre sera, je l'espère, une aide à la conception d'un plan de leçon d'oral.

Le chapitre suivant regroupe sous forme de problème des résultats classiques et importants qui seront utilisés dans les problèmes qui suivent. Ce chapitre peut être utilisé pour réviser des notions de base.

Les chapitre suivants sont consacrés à quelques thèmes qui font souvent l'objet de problèmes de concours. On trouvera également des problèmes posés au concours d'Agrégation interne qui illustrent certaines notions introduites dans les problèmes précédents. Une façon efficace d'exploiter ces problèmes consiste évidemment à les rechercher et les rédiger de façon détaillée, puis à confronter les résultats aux solutions proposées.

La première partie est consacrée à l'étude de certaines propriétés algébriques et topologiques de l'algèbre des matrices carrées réelles ou complexes. Il peut servir à illustrer des leçons d'algèbre linéaire (utilisation de la réduction des endomorphismes) et de topologie (espaces vectoriels normés de dimension finie, problèmes de densité et de connexité). Elle se termine par deux épreuves d'agrégation interne.

La deuxième partie est consacrée à l'étude des systèmes différentiels linéaires à coefficients constants ou non. Cette partie est une application importante à l'analyse de l'étude des sous espaces caractéristiques et de la réduction des endomorphismes. Cette partie se termine aussi par deux épreuves d'agrégation interne.

La troisième partie est consacrée à l'étude des polynômes orthogonaux. On y étudie tout d'abord les propriétés des espaces préhilbertiens (orthogonalisation de Gram-Schmidt, théorème de projection orthogonale, familles orthonormales totales et maximales). On s'intéresse ensuite aux polynômes orthogonaux avec des applications au calcul numérique de certaines intégrales (formules de quadrature de Gauss) et à la décomposition en séries de Fourier. On y étudie également les problèmes de Sturm-Liouville (opérateur de Fredholm et propriétés de compacité). Cette partie se termine par un problème inspiré d'une épreuve d'agrégation externe.

Je tiens enfin à remercier EDP Sciences pour la confiance qu'ils m'accordent en publiant une deuxième édition de ce travail.