

Agrégation interne 2016

Deux compositions de mathématiques

D.-J. Mercier & J.-E. Rombaldi

*Photo de couverture : Grand tonneau du château de Heidelberg
photographié par D.-J. Mercier en juillet 2015*

Editeur : CSIPP
ISBN-13 : 978-1533307149
ISBN-10 : 1533307148

© 2016 Dany-Jack Mercier. Tous droits réservés.

Table des matières

1	Première composition	9
1.1	Énoncé	9
1.2	Solution	14
1.3	Annexes	40
1.3.1	Dérivées partielles composées	40
1.3.2	Un dénombrement facile à retenir	46
2	Seconde composition	47
2.1	Énoncé	47
2.2	Solution	60

Introduction

- Voici les énoncés et les corrections détaillées des deux compositions de l'agrégation interne 2016 :

- Le premier problème, corrigé par Dany-Jack Mercier, est un problème de géométrie euclidienne qui s'intéresse au dénombrement de boules placées d'une certaine façon, pour en déduire quelques conséquences intéressantes.

- Le second problème, traité par Jean-Etienne Rombaldi, s'articule autour de l'étude de fonctions lipschitziennes entre deux espaces vectoriels normés, ce qui nécessitera de travailler avec des séries indexées dans \mathbb{Z} , des espaces de suites de dimension infinie, l'opérateur shift, et terminer par l'étude d'un problème non linéaire périodique.

- Comme il est d'usage, ces deux épreuves, longues et riches, sont d'un très bon niveau, et contiennent des passages difficiles que personne ne peut traiter en temps limité, ni même dans d'autres conditions, à moins d'un investissement formidable. D'autres questions restent heureusement à portée des candidats ! En situation, ceux-ci seront donc amenés à faire rapidement des choix pour déterminer les questions sur lesquelles il est utile d'investir du temps, tout en surveillant régulièrement leurs montres pour éviter d'hypothéquer la suite de l'épreuve. Chaque tranche de 10 minutes investie dans une question doit porter ses fruits !

- Dans un écrit de concours, l'idée la plus importante à retenir est de s'assurer qu'on sortira de la salle en ayant abordé et rédigé toutes les questions que l'on était capable de traiter. Il faut donc apprendre à sauter les questions « impossibles », quitte à y revenir plus tard si l'on atteint la fin du problème tout en disposant encore d'un peu de temps.

• Une annale corrigée de façon détaillée est un outil précieux dans les mains du candidat, car elle permet de :

- réviser les parties du programme qui tombent régulièrement, sans perdre de temps à rechercher les solutions des questions trop difficiles, voire impossibles à résoudre.

- s'accoutumer à répondre aux questions classiques qui s'égrènent tout au long de l'énoncé : voilà l'occasion de réviser son cours, d'acquérir des réflexes, d'établir des liens entre les connaissances, de mettre en oeuvre des savoir-faire dans des parties que l'on est capable de maîtriser si l'on y consacre un peu de temps pendant l'année d'entraînement.

- s'habituer à rechercher au brouillon en toute liberté, puis rédiger directement au propre à partir de ce brouillon pour être certain d'engranger la plupart des points des questions auxquelles on sait répondre.

- confronter sa solution et sa rédaction avec celle proposée dans l'annale, pour la vérifier ou découvrir une autre approche, tout en prenant du recul et en conservant son esprit critique.

- orienter ses révisions en ciblant les notions du cours qui posent problème, pour y remédier autant qu'il est possible.

• Le passage du brouillon à la réponse rédigée est important, tout comme la façon dont on gère son brouillon. Le lecteur intéressé pourra trouver mon brouillon de la solution de la première composition de ce livre sur la page *ANNALES de l'agrégation interne* sur MégaMaths (aux lignes concernant l'année 2016).

Bon entraînement dans ces longues pérégrinations mathématiques !

Dany-Jack Mercier

Pointe-à-Pitre, le 17 mai 2016