

Table des matières

Avant-propos	5
1 CAPES interne	9
1.1 Énoncé	9
1.2 Corrigé	17
2 CAPES externe, épreuve 1	39
2.1 Énoncé	39
2.2 Corrigé	48
3 CAPES externe, épreuve 2	81
3.1 Énoncé	81
3.2 Corrigé	89
3.3 Compléments	127
3.3.1 Image d'une conique par une bijection affine	127
3.3.2 Eléments d'un sous-groupe engendré par une partie . . .	130
4 Agrégation interne, épreuve 1	131
4.1 Énoncé	131
4.2 Corrigé	136
4.3 Compléments	167
4.3.1 Un exercice sur le triangle	167
4.3.2 Une application de la règle de L'Hôpital	169
5 Agrégation interne, épreuve 2	173
5.1 Énoncé	173
5.2 Corrigé	182
6 CAPLP externe maths-sciences physiques	205
6.1 Énoncé	205
6.2 Corrigé	211

Avant-propos

Le 13 mars 2006, un candidat m'a fait le commentaire suivant : « J'ai beaucoup apprécié votre livre "Annales 2005 " pour la grande diversité des solutions proposées ainsi que pour les différentes extensions qui permettent d'avoir une vision plus étendue des problèmes posés. »

Evidemment, ce type de commentaire me fait très plaisir ! Selon moi, un livre d'annales doit dépasser la seule présentation rapide des solutions aux questions posées, et constituer un véritable outil de préparation au concours. Cet outil doit être adapté à tous ceux qui choisissent une incidence « Annales » pour préparer leur concours, avec raison et en accord avec leur sensibilité.

Il s'agit alors de travailler les questions avec un brouillon, de rédiger la solution « au propre » et « pour de vrai » (en utilisant son stylo favori, la règle et les outils de tracé que l'on aura vraiment avec soi le jour J, et bien sûr, sa calculatrice) au moins une fois sur trois (pour voir si l'on est capable de partir de son brouillon, qui doit être « sommaire » sauf si l'on n'a pas pu faire autrement, pour aboutir à un « produit fini » proprement rédigé et disposé), et de comparer avec la solution proposée.

Je ne conseille de ne jamais passer plus de 5 minutes à rechercher une piste de solution sans rien trouver, car c'est une perte de temps lorsque l'objectif que l'on s'est donné est de réussir au concours. Je conseille donc de lire tout simplement la solution dès que l'on « sèche » plus de 5 minutes, et en fait dès que l'on sent que son moral défaille et que l'on a plus qu'une envie : celle de refermer le livre et de faire autre chose. Cela arrive très souvent (je le dis en connaissance de cause), on n'en parle pas beaucoup mais c'est en fait quelque chose de tout à fait naturel. Comment peut-on s'intéresser à un problème sur lequel on bute ? S'il s'agit de rechercher une solution « pour le plaisir » ou pour répondre à une attente particulière, pourquoi pas ? Mais quand il s'agit d'apprendre du neuf et d'apprendre à réagir sur les questions posées, quelle est l'utilité ? L'important n'est-il pas de retirer quelque avantage de la moindre minute que l'on passera à s'entraîner à « faire des mathématiques » sur le

⁰cmonAnnales2006 v1.11 γ

programme du concours ? Toute séance doit apporter une connaissance ou un savoir faire (ou les deux en même temps !).

La pire des choses qui puisse arriver - compte tenu de notre objectif de préparation au concours, et son corollaire : réaliser le maximum de progrès en temps limité - serait d'être tellement « barbé » par les questions devant lesquelles « on se cogne », que l'on soit amené à baisser les bras et que l'on referme le livre pour vaquer à autre chose.

C'est ici et maintenant que l'on a la possibilité d'apprendre quelque chose : apprendre un savoir ou un savoir-faire. C'est en lisant la solution, et en essayant de la comprendre, que l'on pourra se remettre en selle, et surtout, que l'on apprendra du neuf.

La lecture d'un texte mathématique est un travail en soi, qui demande de l'attention, de la mémoire et de l'intelligence, et qu'il faut se garder de sous-estimer. Il s'agit d'un travail mathématiques à part entière. Il est étonnant de voir que lire un article de recherche est considéré comme un travail mathématique difficile, mais qu'à l'opposé, on déconseille souvent de lire une solution sans l'avoir cherché des heures, en prétextant que l'on ne retient vraiment que ce que l'on a cherché. Pour ma part, il y a des tas de choses que j'ai cherchées et recherchées, et que j'oublie complètement. Par contre, il existe des lectures qui marquent énormément et laissent un sillon profond : ce peut être une méthode pour découvrir les caractéristiques géométriques d'une conique, la preuve que deux bissectrices d'un triangle se coupent réellement, ou bien la subtilité de l'utilisation des congruences dans le crypto-système RSA... Et ce sont autant de connaissances que l'on est susceptible de retrouver et d'utiliser dès qu'on les a lues !

Lisons donc ! Et apprenons. Et pour cela, il nous faut :

- **des annales développées** qui, à certains moments, n'hésitent pas à proposer plusieurs méthodes de résolution : il y a alors plus de chance pour que l'une de ces méthodes marque notre cerveau, suivant notre sensibilité et notre passé mathématiques propre, et revienne à l'esprit à un moment opportun.

- **des annales commentées**, où l'on peut lire quelques conseils méthodologiques, où l'on signale des prolongements, où l'on peut inscrire des « méta-données » concernant la résolution du problème et les réactions, saines ou non, que l'on peut avoir devant une question particulière, où l'on signale les questions importantes et classiques qu'il faut absolument travailler et qui peuvent aider pour l'oral (car oui : nous préparons aussi l'oral quand nous nous entraînons à l'écrit... les mathématiques ne forment-elles pas un ensemble cohérent et accessible tant à l'oral qu'à l'écrit ?).

- **des annales augmentées**, où l'on se permet de démontrer aussi précie-

sément que possible des résultats utilisés dans la solution et qui ne font l'objet que d'un bref rappel sur la copie à remettre, mais dont il faut être sûr de bien connaître la nature. Un exemple simple ? Au moment où j'écris ces lignes, je suis en train de résoudre la question III.2.a de la seconde composition du CAPES externe 2006, et un résultat joue un rôle essentiel : « une application affine bijective transforme une conique en une conique de même type » . La solution de cette question prend trois petites lignes quand on utilise ce résultat, et c'est bien ce que l'on fera lorsqu'on sera en situation et dans l'obligation de gagner le plus de points possibles en temps limité. Mais un tel résultat est important à connaître, pourrait être ré-utilisé à l'oral, et se trouve à la portée du candidat si celui-ci possède déjà quelques notions sur les coniques. Une preuve détaillée de ce résultat est donc un atout qui permet un approfondissement immédiat sur les coniques. C'est d'ailleurs une bonne occasion de répondre à la question shakespearienne : « qu'est-ce qu'une conique ? » qui risque toujours d'être demandée à l'oral, et sur laquelle il vaut mieux avoir des idées précises ! Je rajoute donc un complément qui donne les moyens de réfléchir très précisément sur cette question.

J'ai décidé de faire des efforts pour que de simples annales deviennent un véritable outil d'apprentissage, et je suis heureux de m'apercevoir que des lecteurs ont compris et apprécié cette façon de voir. Un tel commentaire ne peut donc pas me laisser de marbre.

Dany-Jack Mercier, Pointe-à-Pitre, le 13 mars 2006

** ce qui précède est à relire et corriger ****