Table des matières

Avant-propos

Cet ouvrage est dédié à un très cher ami, Richard André-Jeannin, décédé en 2011

Ce livre destiné aux candidats à l’agrégation interne et externe de Mathématiques complète le cours d’analyse et probabilités pour l’agrégation interne de Jean-François Dantzer dans la même collection. On trouvera des compléments à ces deux ouvrages, sous formes d’exercices et de problèmes, dans [32], les problèmes proposés pouvant être utilisés comme entraînements aux épreuves écrites, certains énoncés de problèmes de ce livre étant inspirés de problèmes d’agrégation interne ou externe.

Le niveau de connaissance suffisant pour la lecture de ce cours est celui du premier cycle universitaire.

Le but est de couvrir une grande partie des thèmes d’algèbre et géométrie proposés pour les épreuves orales et j’ai pris soin de faire suivre chaque théorème important d’une série d’applications.

Ce cours est aussi l’occasion de réviser des notions de base pour l’écrit et les nombreux exercices proposés, tous corrigés en détail, outre le fait qu’ils peuvent constituer un bon entraînement, peuvent être utilisés pour des développements dans les leçons d’oral de l’agrégation externe et interne ainsi que pour des leçons d’oral 2 de l’agrégation interne.

Les premiers chapitres sont consacrés à l’étude des groupes et leur utilisation en géométrie, en traitant en particulier l’étude des actions de groupe et du groupe symétrique. Le lien entre groupes et géométrie fait l’objet d’un chapitre particulier. On s’intéresse également à l’utilisation des nombres complexes en géométrie et au groupe linéaire.

L’arithmétique est étudiée dans un cadre général avec l’étude des anneaux principaux et euclidiens. L’arithmétique sur l’anneau $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs, l’étude des nombres premiers et des anneaux $\dfrac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$ est l’objet de chapitres particuliers, de même que l’étude des polynômes à coefficients dans un corps commutatif ou un anneau commutatif unitaire. Ces notions d’arithmétique sont approfondies avec l’étude des corps finis.

Pour ce qui est de l’algèbre linéaire et bilinéaire, on s’intéresse à la dualité, aux déterminants avec une attention particulière pour le résultant, aux formes quadratiques, aux coniques et à la réduction des endomorphismes. On s’intéresse aussi aux séries matricielles et à l’exponentielle de matrice.

La plupart des chapitres de ce livre correspondent à des leçons d’oral de l’agrégation interne et externe, mais il ne s’agit pas de modèles de leçons.

Pour cette deuxième édition, les modifications essentielles sont les suivantes :

— corrections de coquilles et erreurs diverses de la première édition ;

— modification du chapitre 4 sur les nombres complexes et la géométrie ;

— ajout du chapitre 6 sur les actions de groupes sur des espaces de matrices ;

— suppression du chapitre sur les représentations de groupes finis (pour ne pas aboutir à un livre trop volumineux) ;

— modification du chapitre 16 sur les coniques ;

— ajout du paragraphe 21.9 sur la réduction de Frobenius dans le chapitre 21 sur la réduction des endomorphismes.

Je tiens encore à remercier mes bons amis Marie-Cécile Darracq et Gérard Vinel qui ont accepté la tâche ingrate de relire quelques chapitres de ce livre. Leurs conseils me furent très utiles. Je remercie également les éditions De Boeck, et en particulier Alain Luguet, pour la confiance qu’ils m’accordent.