

## CALCUL INT. FEUILLE 4

Pour chaque exercice on calculera une formule exacte pour les primitives des fonctions données, et on donnera leur domaine de définition.

**Exercice 1** Calculer les primitives suivantes :

$$\int x\sqrt{x^2+4}dx, \int \frac{x}{(x^2+1)^{1/3}}dx, \int x \exp(-x^2)dx.$$

**Exercice 2** Calculer

$$\int \frac{dx}{x^2+16}, \int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}, \int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}, \int \frac{1}{\sqrt{1-x}}, \int \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}}, \int \frac{e^x}{\sqrt{16-e^{2x}}}.$$

**Exercice 3** Calculer

$$\int x^n \ln(x)dx \quad (n \in \mathbb{Z})$$
$$\int \exp(-x)(\cos x)^2 dx, \int \arctan(\sqrt{1-x^2}) dx.$$

**Exercice 4** Soit  $a \in \mathbb{C}$  et  $n \in \mathbb{Z}$ . Calculer

$$\int \frac{dx}{(x-a)^n}.$$

**Exercice 5** En utilisant la décomposition en éléments simples, calculer les primitives :

$$\int \frac{x^3 dx}{x^2+1}, \int \frac{dx}{x(1+x)^2}, \int \frac{dx}{4x^2-3x+2}, \int \frac{x^2 dx}{x^4-1}, \int \frac{(x-1)dx}{(1+x)^3(x-2)}.$$

**Exercice 6** calcule

$$\int \frac{dx}{49-4x^2}, \int \frac{(5x-12)dx}{x(x-4)}, \int \frac{(37-11x)dx}{(x+1)(x-2)(x-3)}, \int \frac{(2x^2-15x+33)dx}{(x+1)(x-5)},$$
$$\int \frac{(x-1)dx}{x^2+x+1}, \int \frac{dx}{(x^2+4x+5)^2}.$$

**Exercice 7** Calculer

$$\int (\sin x)^3 dx, \int \frac{\sin x}{(2+\cos x)^2} dx, \int \frac{dx}{a+b \cos x},$$

avec  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a > |b| > 0$ .

**Exercice 8** Calculer

$$\int (\cos \theta)^n d\theta, \int (\sin \theta)^n d\theta.$$

**Exercice 9** Pour  $n \in \mathbb{N}$ , calculer

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)^n}.$$

**Exercice 10** Primitives de fonctions du type  $f(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$ : Par un changement de variables, se ramener a une forme canonique du type  $f(x, \sqrt{x^2 + 1})$ ,  $f(x, |x - 1|)$ ,  $f(x, \sqrt{x^2 - 1})$  ou  $f(x, \sqrt{1 - x^2})$ , puis effectuer un autre changement de variables avec les fonctions sinus/cosinus trigonométriques ou hyperboliques. Calculer

$$\int \frac{dx}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}, \int \sqrt{x^2 - 3x + 2}, \int \sqrt{x^2 + x + 1}, \int \sqrt{-x^2 + x + 1}.$$

**Exercice 11** Calculer

$$\int \frac{\sqrt{x}dx}{(x-1)^2}, \int \frac{x\sqrt{x}dx}{(x+1)^2}.$$