Table des matières

1 Généralités et statistiques

1.1 Déroulement de la session 2023 et programme de la session 2024

Les épreuves écrites ont eu lieu les premier et deux février 2023. La liste d'admissibilité a été signée le 8 mars 2023 avec 363 admissibles pour l'agrégation interne et 48 pour le CAERPA. Cette liste a été publiée le lendemain sur `https://cyclades.education.gouv.fr/candidat/publication/CE2`.

Les épreuves orales se sont déroulées du 23 avril au 2 mai 2023 dans les locaux de l'Université Paris Cité, bâtiment de la Halle aux Farines. Le jury remercie très chaleureusement l'université et son personnel pour son accueil qui permet, depuis plusieurs années, une passation sereine des oraux. La liste d'admission a été signée le 3 mai 2023 avec 160 admis pour l'agrégation interne et 21 pour le CAERPA. Tous les postes mis au concours de l'agrégation interne et du CAERPA ont ainsi été pourvus.

Le programme du concours pour la session 2024 est identique à celui des années précédentes. Il est disponible sur le site `https://www.devenirenseignant.gouv.fr/`.

1.2 Historique des concours (nombre de postes, d'admissibles...)

Agrégation interne

Année	Postes	Inscrits	Présents écrit	Admissibles	Admis
2004	130	1813	1382	287	130
2005	138	1897	1401	311	138
2006	110	2172	1599	273	110
2007	107	2198	1627	267	107
2008	107	2195	1682	257	107
2009	107	2124	1559	258	107
2010	114	2229	1426	267	114
2011	116	2442	1359	263	116
2012	125	2324	1589	281	125
2013	135	2266	1510	303	135
2014	130	2290	1495	302	130
2015	145	2317	1501	332	145
2016	148	2299	1510	333	148
2017	155	2248	1349	329	155
2018	155	2090	1280	330	155
2019	160	2071	1251	340	160
2020	165	1967	1250	358	165
2021	160	1951	1212	360	160
2022	160	1886	1183	360	160
2023	160	1865	1242	363	160

CAERPA

Année	Contrats	Inscrits	Présents écrit	Admissibles	Admis
2004	24	311	241	21	9
2005	19	297	211	27	12
2006	19	329	240	18	13
2007	20	319	221	11	5
2008	15	356	258	22	11
2009	14	305	212	26	12
2010	12	346	207	17	8
2011	11	427	213	19	11
2012	13	350	228	29	13
2013	18	320	201	35	18
2014	19	317	217	32	14
2015	20	322	203	34	12
2016	13	335	214	35	13
2017	16	338	200	47	16
2018	17	353	205	55	17
2019	18	354	211	53	18
2020	19	303	199	56	19
2021	18	316	184	40	18
2022	20	300	187	45	20
2023	21	325	214	48	21

1.3 Statistiques

1.3.1 Répartition femmes-hommes

Il est notable que pour l'agrégation interne, la proportion de femmes baisse légèrement lors de l'admissibilité, pour augmenter de façon significative à l'admission. C'était également le cas en 2022.

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Hommes	1209	65%	804	65%	243	67%	95	59%
Femmes	656	35%	438	35%	120	33%	65	41%
Total	1865	100%	1242	100%	363	100%	160	100%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Hommes	197	61%	126	59%	34	71%	14	67%
Femmes	128	39%	88	41%	14	29%	7	33%
Total	325	100%	214	100%	48	100%	21	100%

1.3.2 Répartition par âge

Pour le concours de l'agrégation interne :

âge	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
>60	41	2,2%	30	2,4%	6	1,7%	0	0,0%
55–60	112	6,0%	70	5,6%	12	3,3%	2	1,3%
50–55	233	12,5%	160	12,9%	44	12,1%	16	10,0%
45–50	424	22,7%	274	22,1%	85	23,4%	38	23,8%
40–45	370	19,8%	241	19,4%	78	21,5%	34	21,3%
35–40	316	16,9%	202	16,3%	57	15,7%	27	16,9%
30–35	261	14,0%	189	15,2%	56	15,4%	28	17,5%
25–30	107	5,7%	76	6,1%	25	6,9%	15	9,4%
20–25	1	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%

Pour le CAERPA :

âge	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
>60	5	1,5%	1	0,5%	1	2,1%	0	0,0%
55–60	23	7,1%	16	7,5%	2	4,2%	1	4,8%
50–55	59	18,2%	39	18,2%	12	25,0%	3	14,3%
45–50	63	19,4%	42	19,6%	9	18,8%	5	23,8%
40–45	68	20,9%	42	19,6%	7	14,6%	3	14,3%
35–40	57	17,5%	40	18,7%	7	14,6%	3	14,3%
30–35	41	12,6%	27	12,6%	9	18,8%	6	28,6%
25–30	9	2,8%	7	3,3%	1	2,1%	0	0,0%

Candidat le plus âgé :

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	67,0 ans	67,0 ans	64,6 ans	59,4 ans
CAERPA	64,6 ans	61,0 ans	61,0 ans	55,3 ans

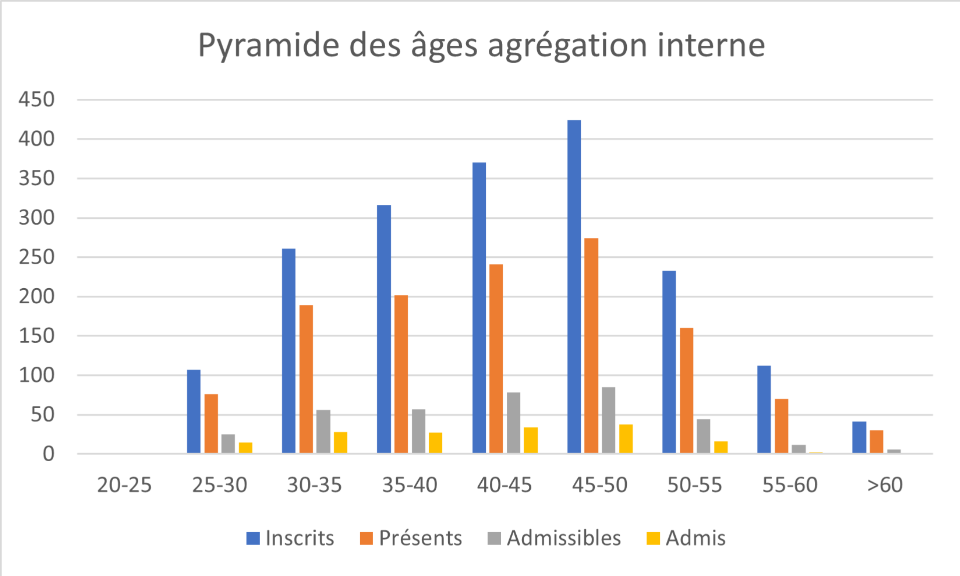
Candidat le moins âgé :

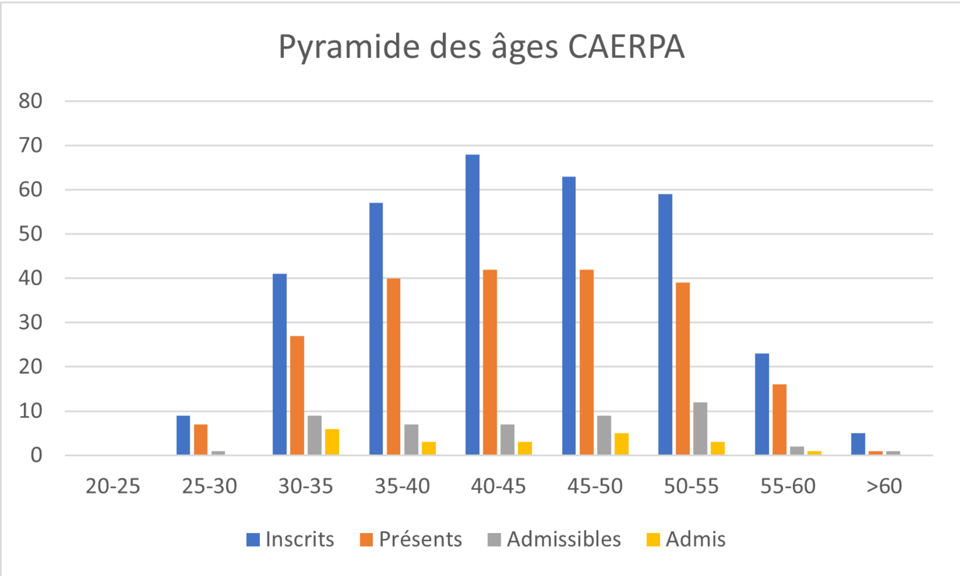
	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	24,3 ans	25,7 ans	26,8 ans	27,5 ans
CAERPA	25,3 ans	26,5 ans	29,5 ans	31,0 ans

Âge moyen :

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	43,1 ans	43,0 ans	42,4 ans	40,9 ans
CAERPA	44,3 ans	44,0 ans	43,7 ans	41,7 ans

Les diagrammes suivants représentent les pyramides des âges des deux concours (inscrits, présents aux deux épreuves écrites, admissibles, admis).





1.3.3 Répartition par académie

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Aix Marseille	100	5,4%	57	4,6%	11	3,0%	4	2,5%
Amiens	54	2,9%	38	3,1%	12	3,3%	4	2,5%
Besançon	21	1,1%	12	1,0%	4	1,1%	3	1,9%
Bordeaux	77	4,1%	59	4,8%	21	5,8%	8	5,0%
Clermont-Ferrand	32	1,7%	20	1,6%	7	1,9%	4	2,5%
Corse	5	0,3%	4	0,3%	1	0,3%	0	0,0%
Creteil Paris Versailles	413	22,1%	274	22,1%	103	28,4%	51	31,9%
Dijon	37	2,0%	25	2,0%	7	1,9%	4	2,5%
Grenoble	72	3,9%	45	3,6%	19	5,2%	11	6,9%
Guadeloupe	36	1,9%	19	1,5%	0	0,0%	0	0,0%
Guyane	16	0,9%	8	0,6%	0	0,0%	0	0,0%
Martinique	24	1,3%	15	1,2%	3	0,8%	2	1,3%
Nouvelle Calédonie	9	0,5%	5	0,4%	1	0,3%	1	0,6%
Polynésie Française	9	0,5%	7	0,6%	1	0,3%	0	0,0%
Réunion	57	3,1%	36	2,9%	8	2,2%	1	0,6%
Lille	107	5,7%	74	6,0%	22	6,1%	9	5,6%
Limoges	26	1,4%	17	1,4%	3	0,8%	1	0,6%
Lyon	89	4,8%	69	5,6%	13	3,6%	9	5,6%
Mayotte	13	0,7%	8	0,6%	1	0,3%	0	0,0%
Montpellier	81	4,3%	47	3,8%	14	3,9%	3	1,9%
Nancy-Metz	70	3,8%	49	3,9%	15	4,1%	4	2,5%
Nantes	64	3,4%	45	3,6%	14	3,9%	3	1,9%
Nice	61	3,3%	47	3,8%	12	3,3%	4	2,5%
Normandie	86	4,6%	62	5,0%	17	4,7%	6	3,8%
Orléans-Tours	59	3,2%	39	3,1%	16	4,4%	9	5,6%
Paris	9	0,5%	2	0,2%	0	0,0%	0	0,0%
Poitiers	34	1,8%	26	2,1%	6	1,7%	3	1,9%
Reims	21	1,1%	14	1,1%	2	0,6%	2	1,3%
Rennes	53	2,8%	41	3,3%	12	3,3%	5	3,1%
Strasbourg	65	3,5%	40	3,2%	11	3,0%	5	3,1%
Toulouse	63	3,4%	36	2,9%	7	1,9%	4	2,5%
Wallis et Futuna	2	0,1%	2	0,2%	0	0,0%	0	0,0%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Aix Marseille	18	5,5%	11	5,1%	1	2,1%	0	0,0%
Amiens	4	1,2%	2	0,9%	0	0,0%	0	0,0%
Besançon	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Bordeaux	11	3,4%	5	2,3%	0	0,0%	0	0,0%
Clermont-Ferrand	5	1,5%	4	1,9%	0	0,0%	0	0,0%
Corse	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Creteil Paris Versailles	67	20,6%	42	19,6%	10	20,8%	2	9,5%
Dijon	3	0,9%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Grenoble	17	5,2%	9	4,2%	2	4,2%	2	9,5%
Guadeloupe	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Guyane	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Martinique	3	0,9%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Nouvelle Calédonie	1	0,3%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Polynésie Française	8	2,5%	5	2,3%	1	2,1%	1	4,8%
Réunion	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Lille	23	7,1%	18	8,4%	5	10,4%	3	14,3%
Limoges	3	0,9%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Lyon	25	7,7%	21	9,8%	2	4,2%	2	9,5%
Mayotte	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Montpellier	12	3,7%	4	1,9%	1	2,1%	1	4,8%
Nancy-Metz	8	2,5%	4	1,9%	2	4,2%	1	4,8%
Nantes	22	6,8%	15	7,0%	3	6,3%	1	4,8%
Nice	10	3,1%	6	2,8%	1	2,1%	0	0,0%
Normandie	12	3,7%	9	4,2%	3	6,3%	1	4,8%
Orléans-Tours	5	1,5%	3	1,4%	3	6,3%	1	4,8%
Paris	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Poitiers	6	1,8%	5	2,3%	1	2,1%	1	4,8%
Reims	5	1,5%	4	1,9%	0	0,0%	0	0,0%
Rennes	31	9,5%	26	12,1%	8	16,7%	3	14,3%
Strasbourg	9	2,8%	9	4,2%	2	4,2%	0	0,0%
Toulouse	15	4,6%	10	4,7%	3	6,3%	2	9,5%
Wallis et Futuna	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%

1.3.4 Répartition par diplôme

Lors de l'inscription, les candidats indiquent un diplôme ou un équivalent. Les tableaux suivants récapitulent les diplômes indiqués par candidats ainsi que le domaine de leur diplôme (lorsqu'ils ne bénéficient pas de dispense).

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Diplôme classe niveau 7	4	0,2%	3	0,2%	1	0,3%	1	0,6%
Diplôme classe niveau I	2	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Diplôme d'ingénieur (BAC+5)	140	7,5%	93	7,5%	29	8,0%	16	10,0%
Diplôme grande école (BAC+5)	38	2,0%	22	1,8%	10	2,8%	6	3,8%
Diplôme pos-secondaire 5 ans ou plus	56	3,0%	40	3,2%	10	2,8%	4	2,5%
Dispense accordée au titre de parent de 3 enfants	50	2,7%	38	3,1%	9	2,5%	2	1,3%
Doctorat	104	5,6%	60	4,8%	18	5,0%	10	6,3%
Enseignant titulaire (ancien titulaire catégorie A)	815	43,7%	569	45,8%	180	49,6%	73	45,6%
Grade Master	71	3,8%	36	2,9%	7	1,9%	2	1,3%
Master MEEF	337	18,1%	222	17,9%	49	13,5%	25	15,6%
Autre Master	248	13,3%	158	12,7%	50	13,8%	21	13,1%

Voici le domaine indiqué pour les diplômes :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Biochimie	4	0,2%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Biologie	5	0,3%	5	0,4%	2	0,6%	2	1,3%
Chimie	10	0,6%	2	0,2%	1	0,3%	1	0,6%
Documentation	2	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Formation Secteur Industriel	5	0,3%	3	0,2%	0	0,0%	0	0,0%
Génie chimique	4	0,2%	2	0,2%	2	0,6%	0	0,0%
Génie civil	17	0,9%	15	1,2%	6	1,7%	4	2,5%
Génie électrique	29	1,6%	16	1,3%	5	1,4%	3	1,9%
Génie industriel	13	0,7%	11	0,9%	2	0,6%	0	0,0%
Génie mécanique	18	1,0%	9	0,7%	0	0,0%	0	0,0%
Géographie	1	0,1%	1	0,1%	1	0,3%	1	0,6%
Géologie	4	0,2%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Histoire	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Informatique	37	2,0%	19	1,6%	5	1,4%	2	1,3%
Lettres classiques	1	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Mathématiques	1488	82,1%	1009	83,9%	307	87,0%	134	84,8%
Mécanique	23	1,3%	16	1,3%	6	1,7%	2	1,3%
Métiers de l'enseignement	22	1,2%	17	1,4%	0	0,0%	0	0,0%
Musique	1	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Philosophie	1	0,1%	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
Physique	58	3,2%	32	2,7%	6	1,7%	4	2,5%
Sciences de la terre et univers	7	0,4%	3	0,2%	1	0,3%	1	0,6%
Sciences de l'éducation	6	0,3%	4	0,3%	0	0,0%	0	0,0%
Sciences économiques	5	0,3%	5	0,4%	0	0,0%	0	0,0%
Technologie	4	0,2%	2	0,2%	0	0,0%	0	0,0%
Autres	47	2,6%	27	2,2%	9	2,5%	4	2,5%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Admis échelle rémunération certifié, PLP ou PEPS	82	25,2%	54	25,2%	11	22,9%	6	28,6%
Admis échelle rémunération professeur école	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Diplôme classe niveau 7	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Diplôme classe niveau I	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Diplôme d'ingénieur (BAC+5)	42	12,9%	26	12,1%	6	12,5%	2	9,5%
Diplôme grande école (BAC+5)	8	2,5%	7	3,3%	6	12,5%	4	19,0%
Diplôme post-secondaire 5 ans ou plus	21	6,5%	12	5,6%	5	10,4%	1	4,8%
Dispense accordée au titre de parent de 3 enfants	12	3,7%	6	2,8%	1	2,1%	1	4,8%
Doctorat	20	6,2%	13	6,1%	4	8,3%	1	4,8%
Grade Master	30	9,2%	20	9,3%	3	6,3%	0	0,0%
Master MEEF	60	18,5%	42	19,6%	3	6,3%	0	0,0%
Autre Master	47	14,5%	34	15,9%	9	18,8%	6	28,6%

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Biologie	2	0,6%	2	1,0%	0	0,0%	0	0,0%
Chimie	5	1,6%	3	1,4%	1	2,1%	0	0,0%
Droit-Sciences Politique	1	0,3%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Formation Secteur Industriel	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Génie chimique	4	1,3%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Génie civil	7	2,2%	4	1,9%	2	4,3%	1	5,0%
Génie électrique	9	2,9%	5	2,4%	0	0,0%	0	0,0%
Génie industriel	4	1,3%	3	1,4%	1	2,1%	1	5,0%
Génie mécanique	3	1,0%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Informatique	13	4,2%	10	4,8%	2	4,3%	1	5,0%
Mathématiques	216	69,0%	150	72,1%	35	74,5%	14	70,0%
Mécanique	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Métiers de l'enseignement	10	3,2%	7	3,4%	0	0,0%	0	0,0%
Métiers de l'innovation	1	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Physique	10	3,2%	4	1,9%	1	2,1%	0	0,0%
Sciences de la terre et univers	2	0,6%	2	1,0%	1	2,1%	1	5,0%
Sciences de la vie et de la santé	1	0,3%	1	0,5%	1	2,1%	0	0,0%
Sciences de l'éducation	4	1,3%	2	1,0%	0	0,0%	0	0,0%
Sciences économiques	3	1,0%	2	1,0%	0	0,0%	0	0,0%
Technologie	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Autres	13	4,2%	8	3,8%	3	6,4%	2	10,0%

1.3.5 Répartition par profession

Ce sont essentiellement les professeurs certifiés qui sont reçus à l'agrégation interne, conformément à la vocation de ce concours. Quant au CAERPA, les admissibles (et a fortiori les admis) sont exclusivement des CAER titulaires.

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AESH	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Adjoint d'enseignement	3	0,2%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Agrégé	7	0,4%	3	0,2%	0	0,0%	0	0,0%
Certifié	1705	91,4%	1159	93,3%	349	96,1%	154	96,0%
Enseignant du supérieur	7	0,4%	2	0,2%	0	0,0%	0	0,0%
Militaire	2	0,1%	1	0,1%	1	0,3%	0	0,0%
Personnel administratif et technique MEN	3	0,2%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Personnel de la fonction publique	16	0,9%	10	0,8%	3	0,8%	1	0,6%
Personnel de la fonction territoriale	1	0,1%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
Personnel enseignant titulaire fonction publique	29	1,6%	18	1,4%	5	1,4%	3	1,9%
PLP	73	3,9%	41	3,3%	3	0,8%	1	0,6%
Professeur des écoles	17	0,9%	8	0,6%	2	0,6%	1	0,6%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Cont et agréé rem instituteur	2	0,6%	1	0,5%	0	0,0%	0	0,0%
Maître contr.et agréé rem ma	9	2,8%	3	1,4%	0	0,0%	0	0,0%
Maître contr.et agréé rem tit	314	96,6%	210	98,1%	48	100,0%	21	100,0%

1.3.6 Congés formation

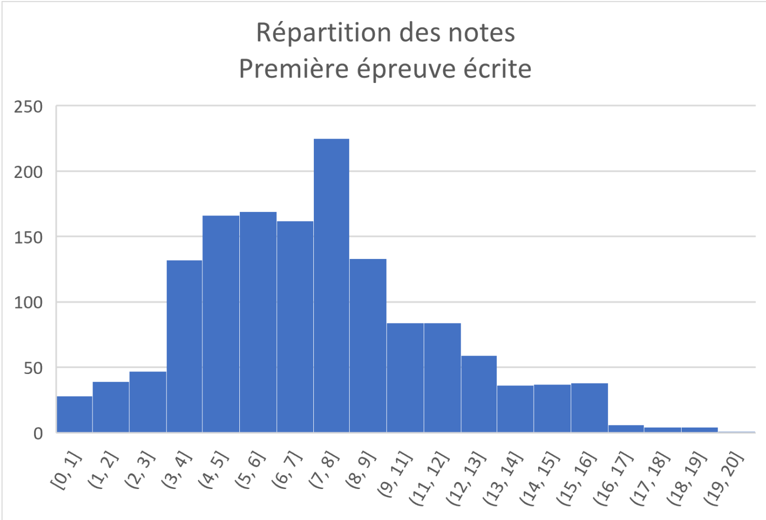
Le tableau suivant récapitule le nombre de candidats ayant bénéficié d'un congé formation.

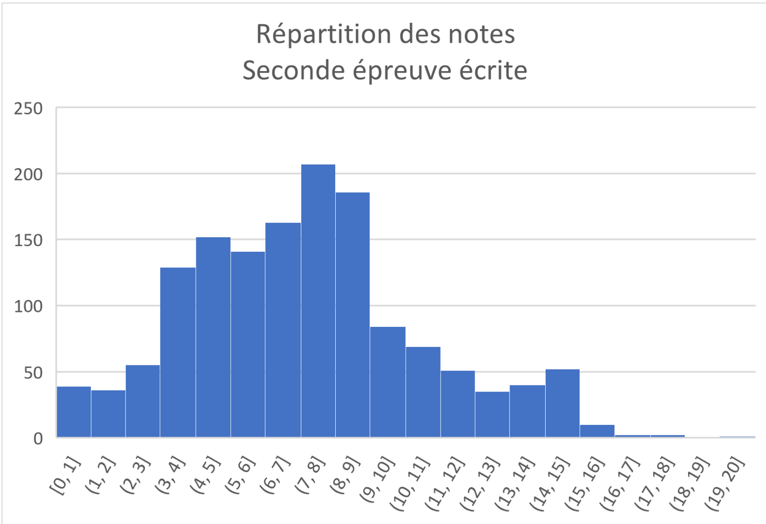
	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Agrégation interne	89	4,8%	85	6,8%	33	9,1%	21	13,1%
CAERPA	16	4,9%	15	7,0%	5	10,4%	2	9,5%

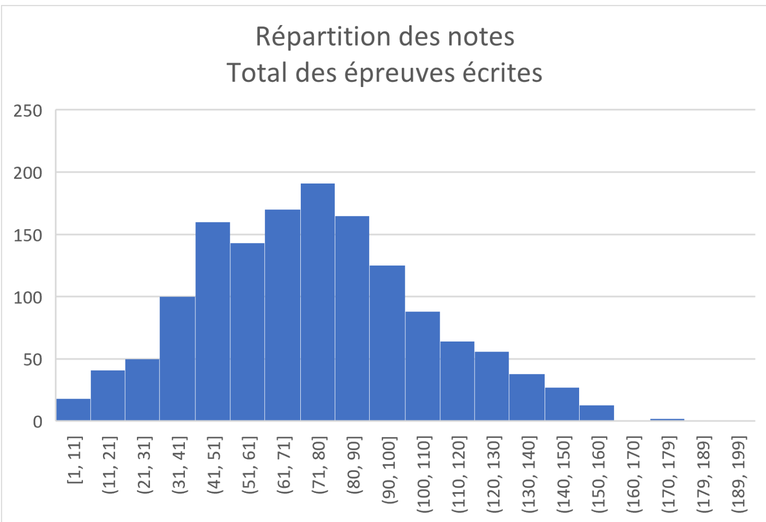
Pour l'agrégation interne, parmi les candidats ayant bénéficié d'un congé formation et présents aux épreuves écrites, $38,8\%$ ont été admissibles et $24,7\%$ ont été admis ; parmi les candidats n'ayant pas bénéficié d'un congé formation et présents aux épreuves écrites, $28,5\%$ ont été admissibles et $12,0\%$ ont été admis.

1.3.7 Répartition des notes d'écrits

Pour la session 2023, 1240 candidats se sont présentés aux deux épreuves écrites, 28 se sont présentés uniquement à la première et 8 uniquement à la seconde. La barre d'admissibilité a été fixée à 89 points sur 200 pour l'agrégation interne et à 102 sur 200 pour le CAERPA (la note de chacune des deux épreuves étant rapportée sur 100). Le nombre d'admissibles rapporté au nombre des postes offerts est très proche de 2,25 pour les deux concours. Les histogrammes ci-dessous montrent la répartition des effectifs en fonction des notes sur 20 attribuées à chacune des deux épreuves, puis la répartition des effectifs en fonction du total sur 200 obtenu à l'ensemble des épreuves écrites.



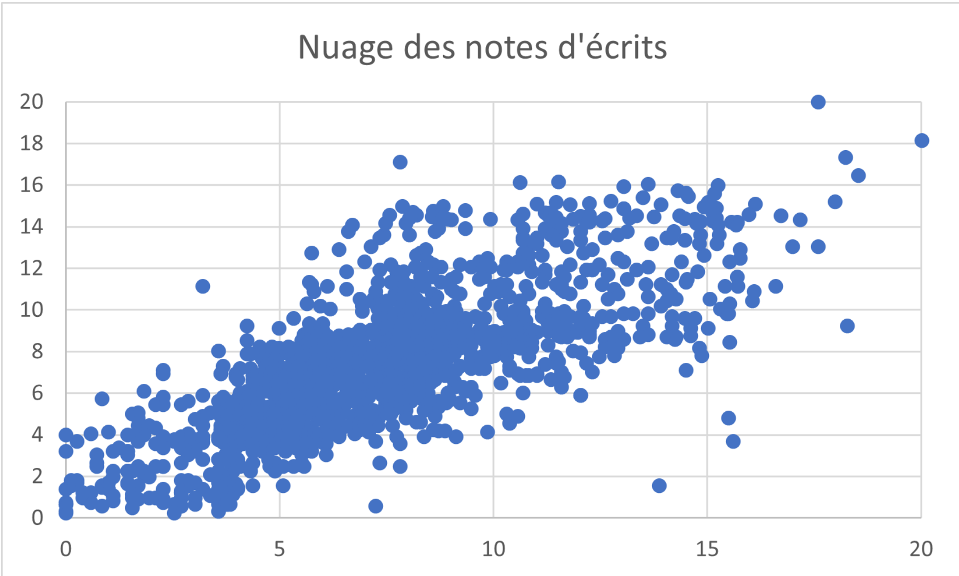




Voici quelques indicateurs sur les notes obtenues par les candidats :

	Première épreuve écrite (sur 20)	Seconde épreuve écrite (sur 20)	Total obtenu (sur 200)
moyenne	7,45	7,41	74,32
écart-type	3,44	3,38	32,02
premier quartile	4,94	4,88	50,40
médiane	7,30	7,30	72,80
troisième quartile	9,20	9,13	93,50
minimum	0,00	0,24	1,20
maximum	20,00	20,00	190,70

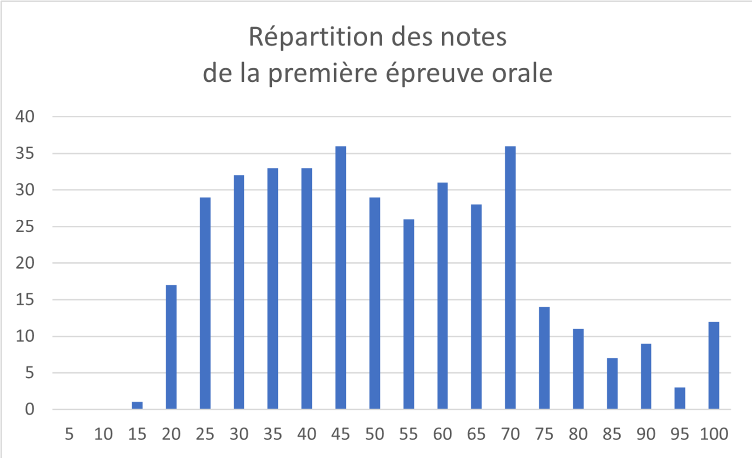
Le diagramme suivant représente le nuage des notes d'écrits. Chaque candidat présent aux deux épreuves orales est repéré par le couple des notes (sur 20) qu'il a obtenues respectivement aux épreuves écrites 1 et 2.

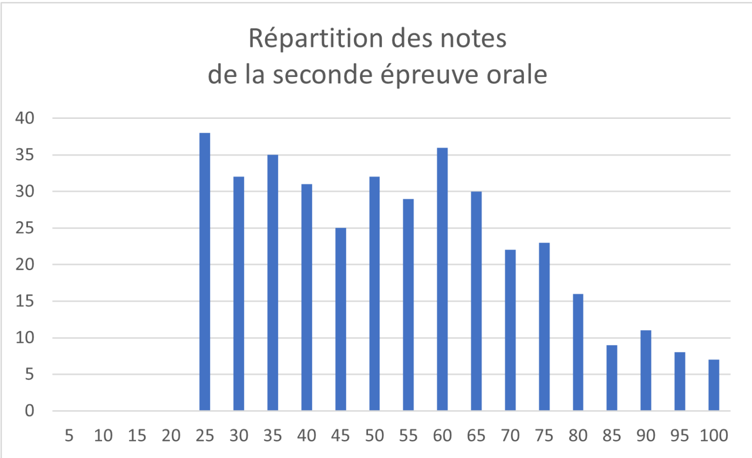


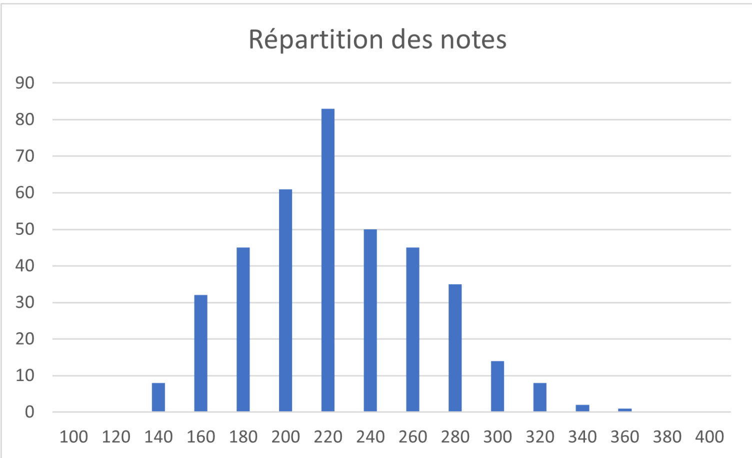
Le coefficient de corrélation entre les deux épreuves écrites est de 76%.

1.3.8 Répartition des notes d'oral

En rapportant la note de chacune des quatre épreuves sur 100 points, le total de points du dernier admis était de 213,05 pour l'agrégation interne et de 238,85 pour le CAERPA. Ces barres étaient de 211 points et 230 points en 2022. Les histogrammes ci-dessous montrent la répartition des effectifs en fonction des notes sur 100 attribuées à chacune des deux épreuves, puis la répartition des effectifs en fonction du total sur 400 obtenu à l'ensemble des épreuves écrites et orales.


Répartition des notes
de la première épreuve orale
0
5
10
15
20
25
30
35
40
5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100

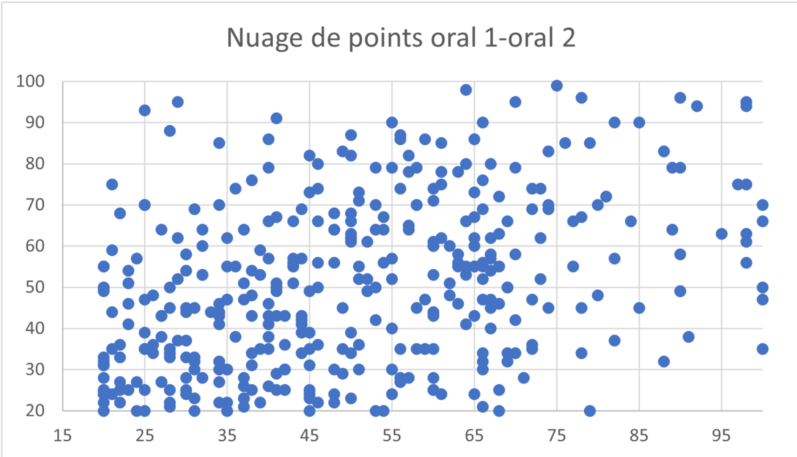

Répartition des notes
de la seconde épreuve orale
0
5
10
15
20
25
30
35
40
5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100


Répartition des notes
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100 120 140 160 180 200 220 240 260 280 300 320 340 360 380 400

Voici quelques indicateurs sur les notes obtenues par les candidats :

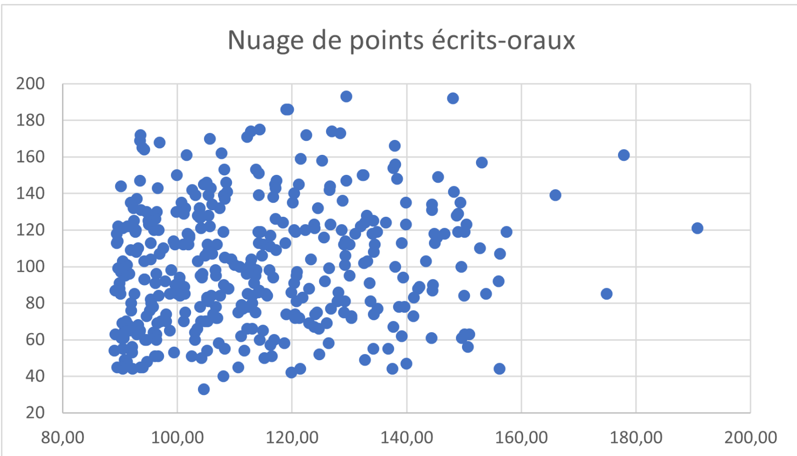
	Première épreuve orale (sur 100)	Seconde épreuve orale (sur 100)	Total obtenu (sur 400)
moyenne	50,1	50,3	214,4
écart-type	20,3	20,1	41,1
premier quartile	34	33,75	185,4875
médiane	48	49	211,75
troisième quartile	65	64,25	242,375
minimum	13	20	134,45
maximum	100	99	340,05

Dans le graphique ci-dessous, chaque candidat présent à l'oral est repéré par le couple des notes (sur 100) obtenues à chacune des deux épreuves orales.



Le coefficient de corrélation entre les notes des deux épreuves orales est de $83,1\%$.

Le graphique ci-dessous, dans lequel chaque candidat présent à l'oral est repéré par le couple des totaux obtenus respectivement à l'écrit et à l'oral (sommes respectives des notes sur 100 obtenues aux deux épreuves écrites et aux deux épreuves orales), souligne toute l'importance d'une solide préparation de l'oral. On observe ainsi que certains candidats avec un bon niveau à l'écrit ne sont pas admis et qu'*a contrario* des candidats proches de la barre d'admissibilité à l'écrit sont reçus grâce à de bonnes prestations orales.



Le coefficient de corrélation entre les notes obtenues aux épreuves écrites et celles obtenues aux épreuves orales est de $15,1\%$.

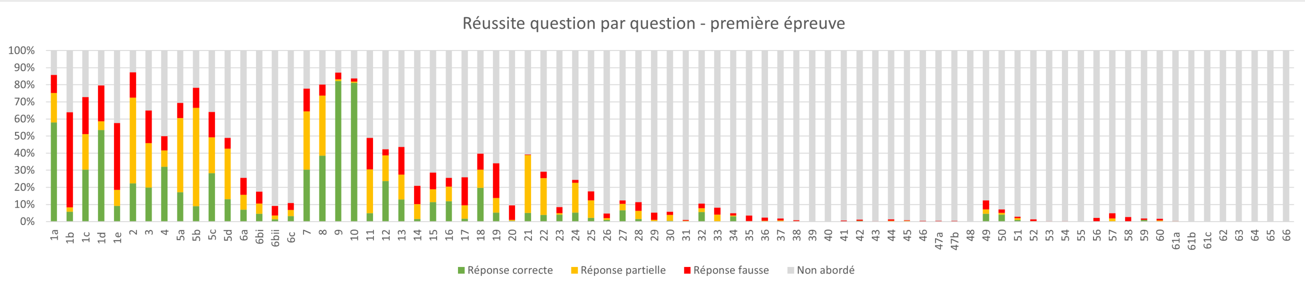
2 Rapport sur les épreuves écrites

2.1 Première épreuve écrite

Le sujet est téléchargeable sur le site du jury, à l'adresse
`https://interne.agreg.org/data/uploads/epreuves/ep1/23-ep1.pdf`.
Des éléments de correction sont également téléchargeables sur ce site, à l'adresse.
`https://interne.agreg.org/data/uploads/rapports/ep2_23_v21_corrige.pdf`.
Ces éléments de correction ne prétendent aucunement être exhaustifs.

2.1.1 Statistiques de réussite

Le graphique suivant indique les réussites aux différentes questions. Pour chacune d'elle, la zone verte indique le pourcentage de candidats ayant fourni une bonne réponse, la zone orange représente le pourcentage de ceux ayant proposé une réponse partiellement juste, la zone rouge correspond aux réponses erronées.



2.1.2 Analyse de l'épreuve et commentaires par questions

En plus d'un Vrai-Faux et de deux exercices permettant de retrouver deux résultats classiques d'algèbre, le sujet comprenait un problème introduisant les nombres $p-$adiques. Les parties I et II étaient consacrées aux définitions et premières propriétés de notions. La valuation et la distance $p-$adiques apparaissaient dans la partie I et la partie II proposait une définition arithmétique de l'ensemble des entiers p-adiques, de sa structure d'anneau pour arriver à l'ensemble $\mathbb{Q}_p$. Les parties 3 et 4 proposaient deux applications de ces notions :

- le théorème de Skolem-Mahler-Lech sur l'ensemble des entiers n tels que $u_n = 0$ pour u une suite récurrente linéaire.
- La cyclicité de $(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})^*$ lorsque p est un nombre premier impair, en utilisant l'exponentielle p-adique.

Voici quelques exemples de rédactions incorrectes ou maladroites régulièrement rencontrées.

- On rencontre beaucoup d'objets non définis.
- L'utilisation des quantificateurs restent mal maitrisés. On constate un manque de rigueur à ce propos dans un certain nombre de copies.
- Le symbole d'équivalence est trop souvent utilisé à la place de « donc », ce qui pose de gros problèmes aux correcteurs : doit-on comprendre (et noter) ce qui est écrit ou ce que le candidat a sans doute voulu dire ?
- Il faut éviter d'affirmer un résultat avant de l'avoir établi (ou alors faire précéder de « montrons que ». En particulier, pour démontrer une implication, les hypothèses doivent être clairement écrite (ce qui ne veut pas dire qu'il faille recopier l'énoncé).
- Chaque réponse doit comporter une conclusion, plus particulièrement dans les Vrai-Faux.
- La décomposition en facteurs premiers devrait être bien écrite en précisant que les p_i sont premiers et deux-à-deux distincts et que les puissances sont des entiers naturels non nuls.

Passons maintenant en revue certaines questions du sujet.

Vrai-Faux

Dans les Vrai-Faux, la notion de contre-exemple n'est pas nécessairement bien comprise. Le jury ne se contente pas d'une réponse du style « pas forcément ».

1. (c) L'enchaînement des questions devait inviter à prendre du recul. En effet, si l'affirmation de la question 1. (b) était vraie, celle de la 1. (c) l'était également automatiquement.

1. (e) Des tentatives de contre-exemples ont parfois été faites en considérant des objets qui ne sont pas des corps : $\mathbb{Z}$, $GL_2(\mathbb{Z}), \ldots$ ou des applications qui ne sont pas correctement définies, par exemple l'application qui à une classe modulo 2 associe la classe d'un représentant modulo 3. Plusieurs candidats considèrent que $\mu(x - x') = 0$ est équivalent à $x - x' = 0$ car μ est un morphisme. D'autres pensent que le morphisme est ici un contre-exemple alors que ce n'est pas un morphisme de corps.

Exercice 1

2. Dans ce genre de questions proches du cours, le jury attend une rédaction très précise. Il est important d'écrire rigoureusement définition de famille libre. On a pu voir des

$$(x_i)_i \text{ liée } \iff \sum \lambda_i x_i = 0 \implies \exists i, \lambda_i \neq 0$$

qui montre une mauvaise compréhension de la notion. De plus, même si pour la famille liée, il existe des coefficients non tous nuls tels que la combinaison linéaire soit nulle, quand x_{k+1} est combinaison linéaire des x_i, les coefficients intervenant dans cette combinaison linéaire peuvent être nuls. Par ailleurs, les candidats doivent être attentifs à bien démontrer les deux implications dans cette question en écrivant pour chaque implication l'hypothèse.

3. La rédaction de cette première récurrence devait être exemplaire : récurrence sur k ou sur n ? Hypothèse de récurrence pour quel k ? Il était nécessaire de préciser que le sous-espace $\mathrm{Vect}(x_1, \ldots, x_k)$ est de cardinal p^k grâce à la liberté de la famille $(x_1, \ldots, x_k)$.

4. La réponse a souvent été donnée sans explication, ce qui n'est évidemment pas suffisant.

Exercice 2

5. (a) Pour beaucoup de candidats, rechercher les entiers premiers avec p^i était confondu avec rechercher ses diviseurs.

5. (b) Cette question a parfois été très bien rédigée, avec des arguments clairs et convaincants. Par contre, certains candidats, ne maîtrisant pas nécessairement les notions, ont cru bon de mentionner que m_1 et m_2 sont premiers entre eux pour montrer la bonne définition de P, de dire que le théorème chinois donne la bijectivité, de mentionner l'égalité des cardinaux des ensembles sans la prouver pour passer de l'injectivité à la surjectivité, voire de mentionner la dimension des ensembles. Tous ces arguments hors sujet attirent la méfiance du correcteur sur toutes les autres questions du sujet.

5. (c) Une bonne partie de candidats ont compris le lien avec la question précédente.

5. (d) Dans cette question, il était nécessaire de généraliser la précédente avant de pouvoir l'utiliser.

Partie I

7. Des candidats se sont souvent limité à $n \in \mathbb{N}^*$ ou ont justifié en mentionnant simplement « par la décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers ».

11. Les candidats sont invités à prendre du recul sur ce qu'ils démontrent. Certains ont prétendu démontrer que $v_p(r-s) \geqslant v_p(r)$ et $v_p(r-s) \geqslant v_p(s)$ et donc que $v_p(r-s) \geqslant \max(v_p(r), v_p(s))$, ce qui est un résultat plus fort que ce que demandait l'énoncé. Ceci invite normalement à s'interroger sur la véracité des arguments que l'on a proposé dans la démonstration.

12. L'énoncé demandait explicitent de préciser les règles de calcul avec l'infini, ce qui n'a pas toujours été fait. Le cas $r = s$ (non nul) a souvent été oublié pour l'inégalité.

15. Beaucoup de candidats ont compris le lien avec v_5 et v_2 mais on a aussi vu le calcul de $v_{100}(100!)$ ou de $v_{10}(100!)$.

17. On peut remarquer que cette question pouvait être résolue en s'inspirant de l'addition posée avec retenue en base 2.

22. Vérifier que d_p est une distance n'était pas une question très difficile lorsqu'on connaissait la définition d'une distance.

Partie II

28. Rappelons que $\theta(7)$ et $\theta(-7)$ sont des suites, ce qui n' a pas été le cas dans toutes les copies.

Partie III

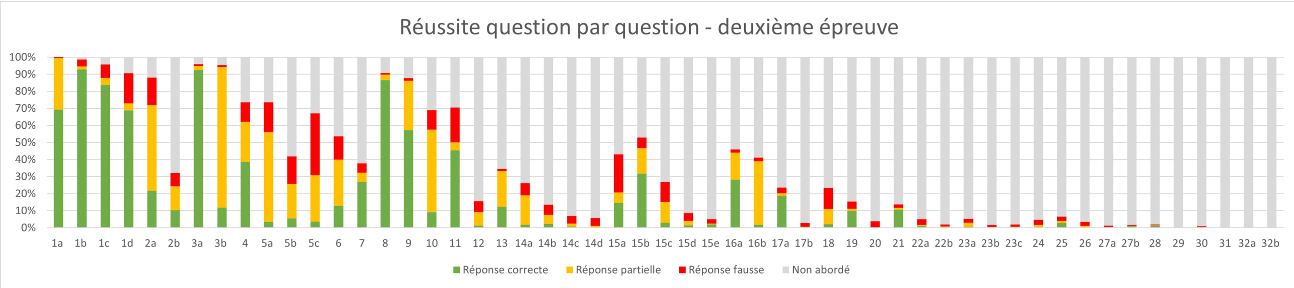
49. Il était clairement écrit que la partie III pouvait être traitées en admettant certains résultats précédent. Cette opportunité n'a pas été saisie par énormément de candidats. C'est d'autant plus regrettable que le début de cette partie était constitué de questions assez classiques d'algèbre linéaire autour des suites récurrentes.

2.2 Seconde épreuve écrite

Le sujet est téléchargeable sur le site du jury, à l'adresse
`https://interne.agreg.org/data/uploads/epreuves/ep1/23-ep2.pdf`.
Des éléments de correction sont également téléchargeables sur ce site, à l'adresse.
`https://interne.agreg.org/data/uploads/rapports/ep2_23_v21_corrige.pdf`.
Ces éléments de correction ne prétendent aucunement être exhaustifs.

2.2.1 Statistiques de réussite

Le graphique suivant indique les réussites aux différentes questions. Pour chacune d'elle, la zone verte indique le pourcentage de candidats ayant fourni une bonne réponse, la zone orange représente le pourcentage de ceux ayant proposé une réponse partiellement juste, la zone rouge correspond aux réponses erronées.



2.2.2 Analyse de l'épreuve et commentaires par questions

La seconde épreuve écrite portait sur un problème de Sturm-Liouville pour les équations différentielles linéaires du deuxième ordre. Après la vérification de quelques conséquences du théorème de Cauchy, utiles pour la suite du problème et classiques dans un cours sur les équations différentielles linéaires, la deuxième partie du sujet introduisait l'étude d'un exemple de problème de Sturm-Liouville. Cela permettait d'apercevoir certaines divergences avec le problème de Cauchy, et de comprendre les enjeux des parties suivantes. L'étude spectrale de l'opérateur H_q associé au problème de Sturm-Liouville était menée dans la partie suivante, avant l'introduction de la fonction de Green lorsque l'opérateur H_q est injectif et l'étude spectrale de l'inverse de H_q. La dernière partie revenait au problème de Sturm-Liouville et concluait à des cas de non-existence ou de non-unicité de solutions lorsque l'opérateur H_q n'est pas injectif.

Ce sujet a permis à de nombreux candidats de montrer leurs connaissances et leurs compétences sur les équations différentielles : ainsi, la forme des solutions d'une équation différentielle linéaire est connue et le théorème de Cauchy-Lipschitz est souvent évoqué de façon correcte pour l'existence et l'unicité d'une solution satisfaisant des conditions initiales. Plusieurs candidats ont réussi à repérer l'erreur d'énoncé de la question 2.(b) et ont été valorisés.

Voici quelques exemples de rédactions incorrectes ou maladroites régulièrement rencontrés.

— Comme tous les ans, on constate souvent des défauts ou l'absence d'usage de quantificateurs, de rappel de la nature de certains objets mathématiques utilisés (variable, paramètre, etc).

— On trouve souvent « la fonction $f(x)$ » au lieu de « la fonction $x \longmapsto f(x)$ ».

— La régularité des fonctions est souvent omise notamment au moment du passage à la dérivation. On lit souvent directement « $f'(x) = \ldots$ » alors qu'on est en droit d'attendre un rappel comme quoi l'objet est dérivable et que « pour tout x appartenant à I, $f'(x) = \ldots$ ». C'est particulièrement vrai en début de problème.

— Le travail sur une intégrale dépendant de sa borne supérieure est parfois maladroit : interprétation, caractère $\mathcal{C}^1$ et même dérivation malheureuse.

— On regrette qu'un travail par implications successives puisse déboucher sur une égalité ensembliste, ou une équivalence, alors qu'une seule inclusion a souvent été démontrée : c'était le cas ici sur les ensembles de solutions d'une équation différentielle, ou sur les noyaux.

— À l'opposé, on note une sur-utilisation du signe $\Longleftrightarrow$. Ce symbole possède une signification mathématique précise et doit être utilisé avec parcimonie. La plupart du temps, les équivalences annoncées sont fausses ou inutiles, par exemple si l'on est en train de rédiger une implication. De plus, son utilisation au sein d'une rédaction peut mener à des tautologies ou à des ambiguïtés de lecture, le symbole $\Longleftrightarrow$ étant prioritaire dans l'ordre de lecture. Voici un exemple de rédaction confuse, qui confond le but recherché et la reformulation de ce but dans le même énoncé : « on cherche l'ensemble des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[0,1]$ vérifiant $y' + py = 0 \Longleftrightarrow y' = -py$ ». Nous conseillons aux candidats d'utiliser plus de conjonctions de coordinations (*donc, car, c'est à dire*) qui permettent de formuler clairement sa pensée et offrent une lecture bien plus aisée. Ainsi, la rédaction précédente deviendrait : « on cherche l'ensemble des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[0,1]$ vérifiant $y' + py = 0$, c'est à dire vérifiant $y' = -py$ ».

— L'utilisation de l'expression *soit ... tel que* pour l'introduction d'un objet mathématique sous entend que l'objet introduit est quelconque. Il est souvent utilisé à tort pour parler d'un élément particulier, comme dans l'exemple suivant : « soit h une solution de $y' + py = f$ telle que $h : x \longmapsto \int_0^x f(u)\mathrm{e}^{\int_x^u p(t)dt}\mathrm{d}u$ ». On peut ici (et comme souvent) avantageusement utiliser le verbe *être* : « la fonction $h : x \longmapsto \int_0^x f(u)\mathrm{e}^{\int_x^u p(t)dt}\mathrm{d}u$ est une solution de l'équation $y' + py = f$ ».

— Pour vérifier l'égalité entre deux ensembles, il n'est pas suffisant de prendre un élément du premier ensemble et de montrer qu'il est dans le second (par exemple, dans les questions 2. (a) ou 5. (b)).

— Nombre de candidats écrivent « la fonction est continue et dérivable » : cela donne l'impression que les candidats ignorent que la seconde propriété implique la première. Lorsque seule la dérivabilité est utile, la continuité n'a pas lieu d'être signalée ; lorsque seule la continuité sert, on peut éventuellement écrire « la fonction est continue car dérivable », si la dérivabilité est plus facile à voir que la continuité. Si les deux sont vraiment utilisées, on peut éventuellement écrire « la fonction est dérivable et par conséquent continue », ce qui démontre une meilleure compréhension que la première formulation signalée.

— Dans le travail sur le wronskien, il n'était pas facile pour les candidats de faire la différence entre une étude pour tout x, ou un travail à x fixé. C'est pourtant là toute la subtilité.

— Il y a eu beaucoup de confusion entre le théorème de Cauchy rappelé dans l'énoncé et le problème de Sturm-Liouville définis ici en $y(0)$ et $y(1)$.

Passons maintenant en revue certaines questions du sujet.

Première partie

Le sujet rappelle dès le début de cette partie que les résultats de cette partie sont à établir, bien qu'ils figurent au programme. Cela signifie explicitement que les résultats du cours (structure d'espace affine, expression générale des solutions...) doivent être à nouveau établis lorsqu'ils sont demandés dans l'énoncé.

1. (a) Il est rappelé dans le sujet qu'une solution doit être de classe $\mathcal{C}^1$, ce caractère est souvent oublié. On trouve dans quelques copies des écritures telles que « $f(x)$ dérivable » ou « $y' = \mathrm{e}^x$ ». Les premières questions sont importantes car elles permettent de mettre en avant la qualité du raisonnement et la rédaction attendue dans ce genre d'épreuves : on attendait pour cette première question du sujet une certaine rigueur en ce qui concerne la recherche des solutions d'une telle équation.

1. (b) Il est dommage de perdre du temps à résoudre l'équation différentielle pour finalement calculer $f(0)$ et conclure.

1. (c) Il n'est pas demandé de résoudre l'équation, ni même de rappeler l'expression générale de toutes les solutions sans le justifier, il suffit juste d'exhiber deux solutions distinctes. De nombreux candidats ont exhibé une seconde solution et ont mobilisé fort justement la solution de la question 1 (a) pour conclure.

1. (d) Cette question a prêté à différentes démarches plus ou moins bien maîtrisées. Il est dommage de vérifier l'inclusion, le caractère non vide, puis de mener un long calcul avec des

constantes λ et μ... Même si c'est une démarche moins fréquente, une certaine efficacité est attendue pour montrer qu'une affirmation est fausse.

2. (a) Le sujet ne propose pas une méthode mais en impose une qui a en plus le mérite de ne poser aucun risque de manipulations hasardeuses. Les candidats qui y vont de leur méthode, en plus de ne pas faire ce qui est demandé, font souvent de nombreuses manipulations incorrectes : division par y sans justifier que y ne s'annule jamais, intégration en logarithme sans mettre la valeur absolue (ce qui fait perdre les solutions à valeurs négatives), mauvaise extraction de la valeur absolue... Ces très mauvaises manipulations sont malheureusement récurrentes bien que déjà signalées dans des rapports précédents. Peu de copies justifient clairement la dérivabilité de z à l'aide du théorème fondamental de l'analyse. Souvent la rédaction telle qu'elle est présentée ne permet de montrer qu'une implication. Les variables ne sont pas toujours quantifiées : ainsi, on lit : « y est solution si et seulement si $z'(x) = 0$ », sans précision de ce qu'est x. Quelques candidats ont rectifié à tort l'indication proposée par l'énoncé, en croyant que z était l'éventuelle solution de l'équation différentielle, et en cherchant une condition sur y.

2. (b) Il y avait ici une erreur d'énoncé. Le barème en a tenu compte et le sens critique des candidats a été valorisé. Là encore, certains candidats utilisent le théorème de structure des solutions, sans comprendre que le sujet exigeait de le redémontrer. Les candidats ayant raisonné par équivalence ont fréquemment oublié la constante d'intégration (cette erreur se trouve d'ailleurs régulièrement dans les réponses à d'autres questions de l'épreuve).

3. (a) Question globalement bien réussie même si certains candidats adoptent une rédaction confuse en partant du résultat qu'il faut vérifier. Il est en effet noté une confusion régulière entre hypothèse et conclusion, et un usage malheureux du signe $\Longleftrightarrow$.

3. (b) Lorsque $Y = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \in \mathcal{C}^1([0,1], \mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R}))$ est solution de l'équation (S), pratiquement aucun candidat ne justifie que z_1 est de classe $\mathcal{C}^2$. C'est peu de chose puisque $z_1' = z_2$ avec z_2 de classe $\mathcal{C}^1$, mais en début d'épreuve, il est utile de faire preuve de vigilance et de rigueur.

4. Si le théorème de Cauchy pour les systèmes est souvent utilisé, le lien avec les équations différentielles scalairesnn'est pas clairement établi pour beaucoup de candidats et le travail sur les conditions initiales oublié. Une partie des candidats exhibe les matrices U, V, Y et Y_0 sans s'assurer de leur régularité pour mobiliser à bon escient le théorème de Cauchy pour les équations linéaires matricielles du premier ordre. La difficulté consistait à passer correctement de l'équation du second ordre scalaire au système du premier ordre. Par exemple, affirmer que y est solution de (E) si et seulement si $Y = \begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix}$ est solution de (S) pose problème car il pourrait y avoir d'autres solutions de (S). Indiquer une bijection entre les ensembles des solutions de (E) et de (S) avant d'utiliser le théorème de Cauchy était une bonne démarche.

5. (a) Certains candidats oublient de vérifier que $\mathcal{S}(EH)$ est non vide ou perdent un peu de temps en vérifiant séparément les stabilités par addition multiplication par un scalaire. La définition d'un sous-espace vectoriel n'est pas connue par certains candidats. Plusieurs candidats ont cependant constaté que $\mathcal{S}(EH)$ était le noyau d'une application linéaire bien choisie, ce qui permettait de conclure rapidement sur la structure. En revanche, la question de la dimension donne lieu à des arguments manquant de rigueur, tels que l'espace est « défini à l'aide de deux paramètres »). Quelques rares candidats construisent un isomorphisme entre $\mathcal{S}(EH)$ et $\mathbb{R}^2$, permettant de conclure correctement. Quelques candidats avancent que les solutions d'un système différentiel d'ordre 1 forment un espace de dimension 1, ce qui est faux en général.

5. (b) La notion de sous-espace affine n'est pas claire pour certains candidats. On regrette une fois encore que les candidats citent leur cours, plutôt que de chercher à retrouver une structure affine. L'oubli du caractère non vide de l'ensemble a été fréquent.

5. (c) On constate beaucoup de confusions sur la notion de wronskien. L'erreur la plus fréquente est la confusion entre det $\begin{pmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{pmatrix}$ et det $\begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{pmatrix}$, qui n'a pas vraiment de sens, ou en tout cas pas celui qui veut être donné. Les assertions « $\left(\begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_1'(x) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_2(x) \\ y_2'(x) \end{pmatrix}\right)$ est libre (dans $\mathbb{R}^2$) » et « $\left(\begin{pmatrix} y_1 \\ y_1' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_2 \\ y_2' \end{pmatrix}\right)$ est libre (dans un espace de fonctions) » sont régulièrement confondues. De plus, le fait que (y_1, y_2) soit liée n'impose pas que y_2 soit proportionnelle à y_1 : les cas $y_1 = 0$ est fréquemment oublié. On rencontre également de grandes confusions entre la fonction y et la valeur $y(x)$ pour x fixé dans $[0, 1]$, rédhibitoires pour la question. L'implication $iii) \Longrightarrow i)$ est mieux réussie que l'implication $i) \Longrightarrow ii)$.

6. Attention, p et q étaient des fonctions, et de nombreux candidats ont simplifié les choses en reconnaissant une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants. Quelques copies signalent un argument *d'identification*, alors qu'il n'y a pas unicité des coefficients d'une équation différentielle. Une formulation du type « il suffit de choisir u tel que... » est plus adaptée.

7. La justification du fait que w est dérivable est rarement donnée.

Deuxième partie

8. C'est ici une question simple, globalement bien réussie.

9. Si le calcul demandé est bien fait, tous les candidats ne pensent pas à l'exploiter en termes de wronskien pour utiliser la question 5 (c). Plusieurs candidats ne répondent d'ailleurs pas à la totalité de la question (uniquement le calcul est fait) et dans ceux qui pensent à utiliser le wronskien, nombreux sont ceux qui ne voient pas que l'on calcule l'opposé du wronskien.

10. Beaucoup de candidats semblent penser que toute équation différentielle linéaire du second ordre, assortie de deux conditions initiales, admet une unique solution par le théorème de Cauchy, alors même qu'un des objectifs du problème était de constater qu'un problème de Sturm-Liouville pouvait admettre une infinité de solutions ou au contraire aucune. Ce problème se retrouve dans les questions 11, 13 et 14 (b), entre autres. Nombreux sont les candidats qui utilisent un théorème de dérivation sous le symbole d'intégration, qui n'est absolument pas indispensable ici, et bien entendu la dérivabilité de $x \longmapsto K_0(x, t)$, annoncée sans démonstration, est susceptible de poser un problème en raison du raccord sur la diagonale. Bien que t soit une lettre muette, on trouve parfois des expressions de $\Phi(x)$ qui dépendent de t, selon que t soit supérieur ou inférieur à x. Néanmoins, un nombre significatif de candidats ont pensé à découper avec soin l'intégrale pour obtenir une autre expression de $\Phi(f)$ et répondre à la question.

11. Question relativement bien réussie par les candidats qui l'ont traitée. L'utilisation du noyau n'est pas un automatisme pour de nombreux candidats (il est important de rappeler que l'usage du noyau implique la linéarité de l'application H_0, liée à celle de la dérivation) ; les conditions initiales (définies par E_2) sont parfois omises dans le raisonnement (aboutissant à une conclusion fausse dans ce cas). Là encore, le problème de Cauchy est souvent évoqué, à tort. De nombreux candidats ont remobilisé justement la définition de l'injectivité d'une application.

12. Question très mal maîtrisée par une large partie des candidats. Le cas des valeurs propres négatives est souvent oublié. Certains candidats trouvent les valeurs propres correctes, en constatant que $x \longmapsto \sin(n^2\pi^2 x)$ est un vecteur propre, mais ne justifient pas que ce sont les seules. Une partie d'entre eux a oublié le respect des conditions initiales pour exhiber les vecteurs propres de H_0. Cette question a montré une difficulté pour certains à résoudre une équation trigonométrique du type $\sin(kx) = 0$ où k est un réel. La résolution d'une équation différentielle du second ordre à coefficients réelles n'est pas suffisamment maîtrisée : une partie des candidats a été gênée par la version réelle et la version complexe de la forme des solutions d'une équation du type $y" + \lambda y = 0$, avec $\lambda > 0$. Si l'équation caractéristique $r^2 + \lambda = 0$ est correctement exhibée, son traitement ensuite est souvent confus. Le calcul de la norme 2 des Φ_n a posé des difficultés à certains candidats.

13. Certains candidats invoquent le théorème de dérivation sous le signe intégral. Beaucoup de candidats ont montré une maîtrise très limitée du calcul intégral, pénalisante pour le traitement du sujet : ainsi, pour une partie d'entre eux, il n'est pas clair que la dérivée de $x \longmapsto \int_0^x \left(\int_0^u f(t)\mathrm{d}t\right) \mathrm{d}u$ est la primitive de f qui s'annule en 0.

14. (a) Même si la formule de la projection est souvent bien connue, il conviendrait avant de l'utiliser de vérifier ou justifier que la famille est orthonormale : la liberté de la famille ne suffit pas. Lorsque la question est abordée, la formule attendue est donnée sans justification, et notamment sans l'hypothèse d'orthonormalité de la base.

14. (b). Question peu traitée dans l'ensemble. On rencontre de bonnes initiatives pour construire y_n, en initiant le calcul de $H_0(y_n)$ si on choisit $y_n \in F_n$.

14. (c) Cette question a été rarement abordée, mais pour les quelques candidats qui avaient obtenu l'expression de y_n, le travail sur la convergence normale a été bien mené.

14. (d) De rares copies ont abordé ce dernier point, et si quelques connaissances ont pu être mises en avant (densité de l'espace des polynômes trigonométriques, égalité de Parseval-Bessel...), on peut regretter les confusions dans la gestion des normes associées aux différentes convergences.

15. (a) Attention, pour mettre en défaut l'injectivité de H_{p_0}, il est nécessaire de prendre un élément (non nul) de E_2. Par exemple, la fonction $x \longmapsto \cos(\pi x)$ ne peut pas être évoquée. Si dans la résolution de l'équation on utilise les exponentielles de complexes (non réels), les constantes devant les exponentielles sont complexes (conjuguées) et non réelles en général Il est apprécié de rappeler que l'usage du noyau de H_{p_0} mobilise implicitement le fait que H_{p_0} est linéaire, ce qui est rappelé par l'énoncé.

15. (b) Les candidats omettent parfois de vérifier qu'il s'agit d'un système fondamental de solutions. Il y a eu des erreurs de dérivation des fonctions $x \longmapsto \cos(\pi x)$ ou de $x \longmapsto \sin(\pi x)$, avec un oubli du facteur π.

15. (c) Question technique qui nécessite un bon niveau calculatoire, en particulier : résolution algébrique d'un système linéaire à deux inconnues d'ordre 1, éventuellement la reconnaissance d'une formule d'addition du sinus de deux réels, etc. Certains candidats se perdent dans les calculs et ne voient plus qu'on obtient un système sur $u_1'(x)$ et $u_2'(x)$, dont on déduit $u_1'(x)$ et $u_2'(x)$ puis une expression de $u_1(x)$ et $u_2(x)$ qui convienne, donc une solution particulière. Là encore, la résolution du système a parfois été confuse (raisonnements par implication seulement, ou division par $\cos(\pi x)$ sans précaution). Quelques candidats ont utilisé les formules de Cramer à bon escient.

15. (d) Cette question et la suivante pouvaient se traiter sans avoir résolu la question 15. (c),

en cherchant une solution particulière de la forme $x \longmapsto ax\mathrm{e}^{\mathrm{i}x}$.

15. (e) Rares sont les candidats qui ont réussi à conclure, mais lorsque c'était le cas, le résultat attendu a été bien mené.

Troisième partie

16. (a) L'ordre des arguments est confus dans la majorité des copies traitant cette question : on part de $\alpha > 0$ et on en déduit une valeur de δ. Tout au contraire, on pouvait développer la relation en indication avec le paramètre δ, puis choisir $\delta = \sqrt{\alpha}$ et conclure à l'inégalité souhaitée en α. On regrette de plus que certains candidats invoquent, à tort, l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour transformer la valeur absolue d'un produit qui n'est rien d'autre que le produit des valeurs absolues.

16. (b) Le passage à la valeur absolue dans l'intégrale est rarement bien justifié. Le cas général du couple (u, v) a été peu traité. Une majorité des candidats qui ont traité partiellement cette question ont su montrer la première égalité (impliquant l'intégrale de la fonction z' entre 0 et 1) et pour une petite partie d'entre eux, le cas d'égalité entre u et v.

17. (a) De nombreux candidats ont reconnu ici une primitive usuelle. Pour les autres, ils ont souvent travaillé par intégration par parties. Dans tous les cas, on peut regretter que parfois la régularité des fonctions mises en jeu ne soit pas rappelée.

17. (b) Cette question a été peu traitée mais le traitement, quoique inabouti, effectué par certains candidats a été apprécié et valorisé.

18. Les arguments donnés sont souvent très incomplets (« on échange les rôles de y et z par symétrie du produit scalaire ») ; certains pensent que les conditions vérifiées par y et z sont toujours celles de la Partie III, et n'ont pas compris qu'il s'agissait ici d'étudier le cas général.

19. Question très bien réussie quand elle est abordée. Certains candidats sont bien partis en considérant un couple de vecteurs dans chacun des sous-espaces propres, mais ils n'ont pas su exploiter correctement la linéarité du produit scalaire.

Quatrième partie

21. Quand la question a été abordée, celle-ci n'a pas posée de grande difficulté. On attendait le rappel de la linéarité de H_q dans le cas de l'usage du noyau de H_q. Certains candidats sont partis de la définition de l'injectivité d'une application, ont rappelé que $SL_q(0)$ avait comme unique solution la fonction nulle, mais n'ont pas su mobiliser la linéarité de H_q pour conclure.

23. (c) Très peu de candidats ont abordé cette question : on regrette que dans ce cas, certains se contentent de dire que « K est composée de fonctions continues, donc continue ».

Cinquième partie

24. Cette question n'était pas exigeante et on attendait simplement que les candidats rappellent les données du problème.

25. Dans cette question, il s'agissait d'établir le caractère auto-adjoint de Φ_q : les candidats qui ont abordé cette question ont compris le lien avec H_q et ont bien rédigé la preuve de cette égalité classique.

26. La continuité de K sur un compact a été bien exploitée pour une poignée de candidats : une fois encore, la caractérisation de la continuité pour les applications linéaires est un résultat classique et lorsque celle-ci est bien rédigée, c'est une compétence très appréciée. Une partie des candidats qui n'ont pas abouti dans une démarche de résolution ont su exprimer mathématiquement le résultat attendu à cette question, à savoir la continuité d'une application linéaire et l'inégalité sous-jacente des normes.

Sixième partie

28. Démonstration d'un résultat classique qui a été correctement mobilisée par les candidats qui l'ont repéré. Quand la question a été abordée, elle a été plutôt bien rédigée.

Les autres questions du sujet ont été très peu abordées.

2.3 Conseils aux candidats

Il est très fortement conseillé d'écrire à l'encre noire ou bleu foncé sur les copies. Les copies étant scannées, l'encre bleu clair et vraiment très difficile à décrypter et peut mettre le correcteur dans des dispositions moins positives. De même, écrire trop petit ou une écriture très tassée, voire compacte, risque de desservir le candidat. Dans le même ordre d'idée, certaines (rares) copies sont partiellement, voire largement, illisibles. Peut-être moins sanctionné mais tout aussi désolant pour un enseignant, quelques copies sont émaillées de fautes d'orthographe. Il est également préférable de ne pas recopier les questions sur les copies, afin que les correcteurs identifient bien où commence le raisonnement du candidat.

Dans les parties « vrai ou faux » des sujets, faire apparaître clairement que la conclusion de l'affirmation est apprécié, que ce soit en début ou en fin de réponse.

Par ailleurs, ces sujets sont progressifs et ils doivent permettre aux candidats de s'installer : il est donc tout aussi important que les premières questions soient abordées avec rigueur et que les raisonnements soient soignés, à l'instar de ce qu'un enseignant peut exiger de ses élèves sur des questions de cours. Ainsi, quantifier les paramètres, fixer les objets, soigner l'articulation logique de sa preuve, gérer le sens des implications sont des compétences attendues.

Une telle épreuve est souvent longue et on invite les candidats à comprendre le sens du sujet et faire la distinction entre les différentes parties : celles dans lesquelles on redémontre des résultats de cours, celles où on traite des exemples et enfin le cas général. Concrètement, comme signalé auparavant, on peut regretter ici que de nombreux candidats n'aient pas compris qu'il s'agissait d'abord de redémontrer le théorème de structure des solutions de ces équations différentielles linéaires, donner un résultat alors qu'une preuve est attendue ne pouvait donc pas être valorisé. Il suffit de consulter les épreuves du concours pour constater l'accent mis sur la compréhension et la possible restitution du cours lors d'une épreuve. C'est un levier essentiel pour la réussite au concours de l'agrégation interne.

Sauf si cela est demandé explicitement, on n'attend pas des candidats qu'ils proposent plusieurs solutions à une question. Le candidat doit prendre ses responsabilités et assumer son choix. Il arrive que certains candidats proposent plusieurs solutions, certaines correctes d'autres moins, et laissent le jury choisir. Ce n'est pas une bonne stratégie.

3 Rapport sur les épreuves orales

Les épreuves orales ont pour objectif « d'évaluer la capacité de concevoir, de mettre en œuvre et d'analyser l'enseignement d'une question mathématique donnée », ainsi que l'énonce l'arrêté définissant les épreuves du concours, disponible à l'adresse
`https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000021625792/2019-02-10/`.

Ces épreuves supposent une solide préparation car il faut savoir, sur un sujet précis, rassembler et structurer ses connaissances en vue d'exposer les notions mathématiques afférentes, de proposer des applications et des exemples illustratifs, de sélectionner des exercices formateurs et adaptés. Pour cela, les candidats sont notamment encouragés à faire de nombreux exercices d'entraînement afin d'acquérir une familiarité et une aisance suffisantes avec les notions mathématiques qu'ils n'ont pas l'occasion d'enseigner. Il est également important de préparer des plans possibles pour les différents sujets proposés. Le jury attend du candidat qu'il montre sa capacité à s'engager dans un véritable échange scientifique, ouvert et constructif. Il est conseillé de se montrer attentif aux questions, d'expliciter ses pistes de recherche et le fil de son raisonnement mathématique. Au delà de la maîtrise des connaissances du programme, c'est bien la maîtrise des compétences mathématiques et professionnelles du candidat qui pourra ainsi être valorisée.

Chacune des deux épreuves orales comporte un temps de préparation de trois heures. Les candidats reçoivent une convocation aux épreuves d'admission mentionnant l'heure du début des opérations (accueil, consignes pratiques, vérification d'identité et tirage du sujet ; il est recommandé par sécurité de se présenter un quart d'heure avant), ainsi que l'heure de passage devant la commission d'oral pour chacune des deux épreuves qui ont lieu, sur deux jours consécutifs, y compris dimanches et jours fériés. À leur première épreuve orale (épreuve d'exposé), les candidats tirent un couplage de deux sujets (au choix) qui relève soit du domaine *algèbre et géométrie* soit du domaine *analyse et probabilités*. Pour leur seconde épreuve orale (exemples et exercices), ils tirent un couplage de deux sujets au choix pris dans le domaine complémentaire (analyse et probabilités si le domaine de l'exposé était en algèbre et géométrie et vice-versa).

La bibliothèque de l'agrégation est disponible sous format numérique. En salle de préparation, les candidats ont y accès ainsi qu'à d'autres ressources numériques : ouvrages numériques, programmes scolaires et documents ressources, derniers rapports du jury, programme du concours...[1]. Ils ont également la possibilité d'apporter leurs propres ouvrages sous réserve que ces derniers soient commercialisés[2] avec un numéro ISBN et qu'ils ne comportent aucune annotation, aucun surlignage, aucun marque page etc., faute de quoi ils pourraient être suspectés de tentative de fraude. Les candidats sont invités à bien s'en assurer avant de rejoindre le centre d'épreuves. Le jury insiste sur ce point, quelques candidats ne respectent toujours pas cette consigne.

Dans la salle de préparation, chaque candidat dispose d'un espace numérique de travail avec les ressources et logiciels prévus. Pour s'y connecter, des identifiants lui sont communiqués lors du tirage des sujets. Tous les fichiers qu'il crée sont enregistrés sur le réseau et le candidat peut les retrouver à l'identique dans la salle d'interrogation.

3.1 Considérations générales

Il appartient aux candidats de bien prendre connaissance des conditions de passation de chacune des épreuves orales (cf. *infra*) et notamment du fait qu'elles sont structurées en trois temps bien distincts et limités en durée : un temps de présentation ou d'exposé (avec notes), un temps de développement (sans notes) et un temps réservé aux questions du jury. Pendant les deux premières parties, le jury n'intervient pas, sinon en comptable du temps.

3.1.1 Critères d'évaluation

Le jury fonde son évaluation sur un ensemble de critères variés permettant d'apprécier à leur juste valeur les prestations des candidats. Il est particulièrement attentif :

- à la maîtrise mathématique du sujet :
  — maîtrise des contenus afférents au sujet et cela au niveau attendu par le concours ;
  — exactitude et précision des énoncés des définitions, théorèmes ou propriétés ;

1. Liste publiée à l'adresse l'adresse suivante : `http://interne.agreg.org`.
2. Les impressions de livres numériques ainsi que les polycopiés ne sont pas autorisés.

  - — rigueur des démonstrations et des raisonnements logiques, mise en évidence de l'utilisation des hypothèses ; maîtrise des quantificateurs, de la logique ;
  - — capacité à mobiliser ses connaissances mathématiques en vue de résoudre un problème ou d'expliquer un phénomène ;
  - — mise en lien des différentes idées et notions évoquées ;
  - — etc.
- à la pertinence de la présentation au regard du sujet donné :
  - — bonne couverture du thème avec un réel contenu mathématique et sans hors sujets ;
  - — niveau auquel le candidat choisit de se placer (un niveau trop élémentaire est sanctionné de même qu'un niveau trop élevé si mal maîtrisé) ;
  - — cohérence du plan et des articulations entre les différentes parties et notions présentées ;
  - — choix du développement proposé ;
  - — diversité, richesse, progressivité des exercices retenus (ces derniers devant se compléter pour couvrir l'ensemble des problématiques du sujet) ;
  - — etc.
- aux qualités pédagogiques :
  - — clarté de l'expression orale ;
  - — clarté et cohérence des notations employées ;
  - — capacité à motiver ses choix et ses actions, à expliquer clairement les raisons de sa démarche ;
  - — gestion du temps ;
  - — capacité à communiquer efficacement en se servant de différents supports (tableau, écran de projection) ;
  - — présentation et gestion du tableau, organisation des calculs, etc.
  - — capacités d'interaction avec le jury (écoute, réactivité, prise d'initiatives, capacité à mobiliser ses connaissances et à rectifier une erreur etc.) ;
  - — utilisation convaincante, le cas échéant, des outils numériques ;
  - — etc.

3.1.2 Usage des moyens informatiques

Les candidats trouvent en salle de préparation l'environnement numérique de travail agregOS. En amont des épreuves orales, ils peuvent se familiariser à cet environnement à l'adresse `https://interne.agreg.org/agregOS/`.

L'enseignement des mathématiques nécessite l'utilisation d'outils informatiques, qu'il s'agisse de logiciels prêts à l'emploi ou d'algorithmes résolvant des problèmes de manière effective. Certaines tâches techniques (longs calculs, tracés de courbes, résolutions approchées de problèmes, etc.) sont facilitées par des logiciels spécialisés et certains logiciels interviennent couramment comme outils pédagogiques (représentation dynamique de situations géométriques, simulation d'expériences aléatoires etc.). L'enseignement d'algorithmique et de programmation fait partie intégrante des programmes de mathématiques au collège comme au lycée ; les professeurs de mathématiques enseignant en classes préparatoires ont vocation à s'impliquer dans l'enseignement d'informatique inscrit dans les maquettes des formations. C'est dans cet esprit que des moyens informatiques sont mis à disposition pour les deux épreuves orales afin que les candidats puissent valoriser leurs compétences dans ce domaine. Une utilisation pertinente en est attendue. La liste des logiciels disponibles peut être consultée sur le site du jury à l'adresse `http://interne.agreg.org`.

3.1.3 Conseils généraux aux candidats

Il convient en premier lieu de lire très attentivement le sujet et de bien en délimiter le périmètre pour éviter aussi bien des oublis que des hors sujets.

Il est attendu de candidats à un concours tel que celui de l'agrégation une maîtrise complète du programme du lycée (par exemple concernant les notions de continuité et de dérivabilité, l'intégration ou la dérivation de fonctions usuelles ou encore les intersections de droites ou de plans dans l'espace etc.). Des manques de ce niveau ne peuvent être que fortement sanctionnés par le jury.

Il est vivement déconseillé d'utiliser sans recul les ouvrages livrant des leçons « prêtes à l'emploi ». D'une part, parce que le but de l'épreuve orale est précisément de montrer sa propre capacité à structurer l'exposé d'une question donnée, ce qui suppose souvent de comparer plusieurs ouvrages et de faire des choix réfléchis. D'autre part, parce que le jury connaît parfaitement ces ouvrages, ce qui l'amène souvent à s'assurer de la bonne maîtrise par les candidats des passages délicats et bien identifiés par lui.

Lors du développement (première épreuve orale) ou de la correction de l'exercice (seconde épreuve orale), attention à ne pas sacrifier la rédaction pour gagner du temps : les candidats doivent chercher à mettre en valeur leurs compétences en terme de rigueur et de rédaction. Il est attendu un minimum de rigueur dans l'usage des quantificateurs, des variables et des indices. Les hypothèses, les conclusions, méritent d'être explicitement écrits avec les locutions adaptées (*supposons, donc,...*). On doit pouvoir différencier, à la lecture du tableau, les hypothèses et les conclusions. Comme pour les épreuves écrites, le jury attire l'attention sur la rigueur mathématique attendue : les énoncés des théorèmes et des définitions doivent être précis et complets, les quantificateurs ou connecteurs logiques doivent être rigoureusement utilisés.

L'usage pertinent des outils numériques pour illustrer ou clarifier un thème est à favoriser et est quasiment inévitable pour le traitement de certains sujets qui énoncent des aspects algorithmiques ou des calculs approchées d'intégrales. Il est vraiment dommage de ne pas proposer un code lors d'une leçon liée à l'algorithmique : a minima, la présentation d'un pseudo-code est attendue dans ces leçons. Par exemple, le sujet 428 *Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires*, il est attendu du candidat qu'il puisse présenter au moins une procédure en lien avec le titre, par exemple celle d'Euler. Dans les thèmes de probabilités, il serait agréable de voir des propositions de simulation informatique de variables aléatoires réelles, de calcul approché de probabilité ou de calcul approché d'espérance.

3.2 L'épreuve orale d'exposé

L'épreuve orale d'exposé se déroule en trois temps :

- présentation du plan (durée maximale de 15 minutes) ;
- développement d'un élément du plan choisi par le candidat (durée maximale de 15 minutes) ;
- questions du jury (pour la durée complémentaire de l'épreuve).

3.2.1 Plan

Il s'agit de présenter les notions et les principaux résultats liés au sujet. C'est un exercice de synthèse qui suppose de savoir mettre en évidence les articulations entre les objets présentés et de bien faire ressortir les enchaînements d'idées. Ce ne doit pas être un catalogue de définitions et de résultats sans véritables liens entre eux. Le candidat est invité à bien cerner le contour de la leçon. Il est inutile de détailler les notations et définitions élémentaires et de trop s'attarder sur les prérequis, afin de disposer d'un temps suffisant pour aborder la partie consistante et centrale du sujet. Il n'est pas attendu du candidat qu'il écrive tout en détail au tableau. Il peut varier les modalités de présentation au cours des quinze minutes, afin de donner davantage de dynamisme à la leçon et mettre en valeur le coeur du sujet. Néanmoins, le propos doit rester rigoureux, les théorèmes importants ou les propriétés centrales du sujet doivent être énoncés avec précision (hypothèses, quantificateurs existentiels ou universels...).

Le plan doit être cohérent sur l'ordre de présentation des différentes notions ou théorèmes. Il doit refléter les capacités de synthèse que l'on est en droit d'attendre d'un professeur de mathématiques. Il faut savoir prendre du recul et souligner oralement les liens entre les différents résultats présentés. Il est très apprécié d'être capable de fournir des exemples et contre-exemples des propriétés ou théorèmes cités. En particulier, il convient d'avoir réfléchi aux réciproques des conditions nécessaires ou suffisantes énoncées dans le plan. De même, les candidats sont invités, lorsque c'est pertinent, à proposer des applications, même si cela n'est pas explicitement demandé dans le libellé du sujet.

Une motivation pertinente, même orale, des notions fondamentales introduites est bienvenue, tout comme les exemples qui permettent d'illustrer les résultats théoriques. Le jury apprécie toute application dans des domaines variés témoignant d'une solide maîtrise mathématique et d'une bonne culture scientifique du candidat. Ce dernier est encouragé à illustrer les exposés par des schémas, par exemple pour la méthode de Newton ou la comparaison série/intégrale.

3.2.2 Développement

Le développement consiste à détailler et exposer une situation mathématique significative et importante de la leçon (souvent la démonstration d'un théorème), et figurant explicitement dans le plan. À ce titre le candidat doit s'assurer qu'il a prévu dans son plan le moment adéquat pour écrire proprement l'énoncé du développement. Ce développement se fait sans notes, celles-ci pouvant être consultées occasionnellement avec l'accord du jury (par exemple pour vérifier une hypothèse ou une notation). Il permet au jury d'apprécier les compétences mathématiques du candidat et sa capacité à effectuer une présentation vivante, claire et maîtrisée d'une question. Le développement ne doit pas se limiter à la « récitation » d'une démonstration apprise par cœur. Le candidat doit au contraire montrer qu'il domine son sujet en présentant le canevas de la démonstration, en annonçant avec précision les résultats intermédiaires qu'il cherche à établir et le type de raisonnement qu'il met en œuvre (raisonnement par l'absurde, par analyse-synthèse, par récurrence, etc.), en indiquant les moments où interviennent les hypothèses, etc. Il est également attendu une présentation rigoureuse (quantificateurs appropriés, hypothèses de récurrence précises...). Enfin, il est souhaitable pour le candidat de savoir aller plus en profondeur sur le développement présenté, notamment lorsqu'on modifie légèrement les hypothèses. Cela permet au jury de s'assurer de la compréhension de leur rôle dans la construction du résultat énoncé.

Le choix du développement revient au candidat et non aux examinateurs. Rappelons que ce choix est en soi un élément de l'évaluation. Le point développé doit être substantiel, consistant et au cœur du sujet. Il n'est pas admissible de démontrer un théorème en admettant l'essentiel du contenu mathématique de sa preuve dans un lemme énoncé dans le plan et en se contentant de faire de simples vérifications. Il est conseillé de s'assurer également des démonstrations de bases relatives à un exposé : par exemple, sur une leçon sur le théorème des accroissements finis (216), faire un développement compliqué mais ne pas connaitre les grandes lignes de la démonstration du théorème des accroissements finis ne fait un bon effet.

Le jury a également sanctionné dans la notation les candidats qui ont proposé la résolution d'un exercice élementaire ou la présentation d'un exemple inconsistant. Ce n'est pas ce qui est attendu, outre le fait que cette pratique biaise la nature complémentaire des deux épreuves orales et pourrait s'interpréter comme une stratégie d'optimisation consistant à préparer des développements susceptibles d'être présentés aussi bien en exposé qu'en exercices. Enfin, certains candidats ont visiblement préparé des développements « passe-partout » qu'ils considèrent comme interchangeables entre plusieurs exposés mais qui s'avèrent souvent n'avoir qu'un lien très ténu avec le sujet choisi, ce qui est aussi sanctionné par le jury.

3.2.3 Questions du jury

Les questions du jury visent à s'assurer de la bonne compréhension et d'une maîtrise suffisante des notions présentées par le candidat. Les premières permettent souvent de corriger les éventuelles imprécisions ou erreurs figurant dans le plan ou dans le développement. Elles peuvent aussi consister à appliquer un résultat de la leçon sur un exemple proposé par le jury. Elles ne sont pas posées dans le but de piéger les candidats et ne nécessitent que très rarement de longs arguments. Si le candidat n'a pas proposé d'exemple ou de contre-exemple, cela pourra lui être demandé à ce moment de l'épreuve. De même, le candidat doit s'attendre à ce que le jury lui demande des justifications, voire des démonstrations, de points ou notions qu'il aura exposés.

Les capacités de recherche et d'interaction du candidat avec le jury sont particulièrement évaluées lors de ce temps de l'épreuve. Réfléchir à haute voix, reformuler la question posée, se placer dans un cas particulier quand on ne voit pas comment traiter le cas général, s'aider de figures ou de schémas sont autant d'attitudes qui sont valorisées par le jury.

3.2.4 Conseils aux candidats

À propos de l'exposé.

Se placer d'emblée dans un cadre plus vaste que celui qui est précisé dans l'intitulé du sujet n'est pas recommandé car c'est prendre le risque de ne pas développer des particularités spécifiques à la question posée ou de traiter des parties « hors sujet », inévitablement sanctionnées par le jury. De même, il peut être risqué de se placer dans des espaces trop abstraits si on n'est pas capable d'en donner des exemples et si tous les résultats de la leçon se placent dans un cadre plus restrictif (par exemple, choisir de se placer dans des espaces normés généraux pour la leçon 204 *espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications*). Il est préférable, si on le souhaite, d'étendre les résultats présentés en fin d'exposé.

Clarifier rapidement les prérequis et les objectifs en début de présentation de l'exposé évitera des rappels trop long qui pèsent sur le temps de présentation et parfois ne répondent pas directement au sujet. Le plan de la leçon a vocation à mettre en valeur les éléments les plus importants et à mettre en perspective les différents résultats les uns avec les autres.

Beaucoup d'exposés se limitent à un cumul de définitions (dans la partie I), de propriétés (partie II) et d'applications (partie III), sans illustration : proposer des exemples et des contre-exemples, des illustrations graphiques pour illustrer les contenus théoriques est attendu. Il faut également profiter de l'exposé du plan pour justifier la cohérence du plan, en expliquant oralement les liens entre les différents résultats et exemples. Trop de candidats se contentent de lire à haute voix ce qu'ils sont en train de recopier au tableau depuis leurs notes.

À propos du développement.

Le développement choisi doit avoir un lien important avec le thème de la leçon. Un développement de 15 minutes ou seules 2 minutes sont en rapport avec la leçon est considéré comme hors sujet.

Il est nécessaire de bien comprendre toutes les étapes du raisonnement écrit dans un livre, où certains détails sont parfois absent : le jury attend du candidat qu'il soit capable d'expliquer tous les passages de son développement. Ainsi, lorsque le candidat choisit de développer le critère d'Eisenstein, trop souvent le point délicat du raisonnement n'est identifié par les candidats et n'est donc pas compris.

Il est souhaitable de clarifier les étapes du développement, à l'oral ou à l'écrit : certains développements relèvent parfois d'une accumulation d'idées dont il est difficile d'extraire les étapes essentielles, ce qui est en général un mauvais signe de maîtrise de l'idée principale ou des idées principales.

À propos des questions.

Le jury conseille aux candidats de bien prendre le temps d'écouter les questions et de ne pas hésiter à prendre quelques notes des indications fournies.

À propos du niveau.

Au sujet du niveau auquel le candidat place son exposé, il convient d'éviter deux écueils :

celui de se placer à un niveau trop élémentaire et celui de vouloir traiter des questions que l'on ne maîtrise pas ou mal. Il appartient au candidat de proposer un exposé en adéquation avec le niveau du programme de l'agrégation interne : pour certaines leçons qui peuvent se traiter à un niveau élémentaire (par exemple, la leçon 207, *théorème des valeurs intermédiaires. Applications*), il est nécessaire de proposer des applications d'un niveau dépassant l'enseignement secondaire. Il est également nécessaire de maîtriser les notions, théorèmes et exemples donnés dans le plan : si le jury peut comprendre que le candidat ne sache pas démontrer de façon immédiate tous les théorèmes de la leçon, il attend au moins une idée des preuves de ces théorèmes et que les applications mentionnées dans l'exposé (et donc explicitement choisies par le candidat) puissent être expliquées. Il appartient donc au candidat de ne pas multiplier les exemples « séduisants » s'il ne sait pas les développer au moins dans les grandes lignes. Des développements ambitieux sont parfois proposés sans que certains exercices de niveau plus modeste soient maîtrisés (par exemple, le concours des médianes dans un triangle, des calculs de PGCD ou de PPCM...).

À propos de certains thèmes.

Il est crucial de faire des dessins ou de donner des images mentales d'objets mathématiques en jeu, dans le cas de la géométrie, voire de l'analyse. La modélisation en probabilités passe aussi (et souvent) par l'appui de représentations.

Dans les leçons sur les systèmes linéaires, on attend l'utilisation des opérations élémentaires et que le candidat sache qu'appliquées à une matrice, ces opérations reviennent à multiplier cette matrice à gauche ou à droite par des matrices que l'on sait retrouver.

Certains candidats traitent séparément les notions de PGCD et PPCM dans $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{K}[X]$. Il faut savoir se placer dans un cadre plus général (au moins pouvoir répondre à la question inévitable du jury) avec la définition du PGCD et du PPCM par des idéaux.

Il serait bon que les candidats connaissent les hypothèses des théorèmes d'intégration par parties et changement de variable.

Pour les leçons concernant les intégrales impropres, la non-référence aux intégrales de Riemann ou de Bertrand est un manque, surtout quand au contraire un résultat type Abel apparait.

3.3 L'épreuve orale d'exemples et exercices

L'épreuve d'exemples et exercices consiste à présenter une sélection de situations particulières d'enseignement sur un thème donné. Le candidat témoigne ainsi de sa maîtrise mathématique du sujet et de sa réflexion pédagogique relative à son enseignement. En réponse au sujet qu'il a retenu, le candidat propose trois à six exercices ou exemples dont il rédige l'énoncé sur des feuilles pré-imprimées qui lui sont remises. À l'issue de la préparation, des photographies de ce document sont réalisées et remises aux examinateurs. Le candidat dispose de trois feuilles pour présenter son choix d'exercices, accompagnées éventuellement d'une quatrième pour les figures.

L'épreuve orale se déroule en trois temps :

— présentation motivée de l'ensemble des exercices ou exemples sélectionnés par le candidat (durée maximale de 10 minutes) ;
— résolution commentée d'un des exercices ou exemples au choix du candidat parmi ceux qu'il vient de présenter (durée maximale de 15 minutes) ;
— questions du jury (pour la durée complémentaire de l'épreuve).

L'épreuve n'est pas censée représenter une séance devant une classe de collège ou de lycée ; des objectifs plus ambitieux et un rythme plus soutenu doivent être adoptés sous réserve d'une bonne maîtrise des notions mathématiques sous-jacentes et d'une certaine qualité d'exposition.

L'attention des candidats est appelée sur les deux points suivants :

— la formulation d'un énoncé est un acte pédagogique et le candidat est invité à modifier ceux des ouvrages qu'il consulte, en fonction de l'objectif pédagogique qu'il se fixe. Ainsi,

par exemple, des énoncés segmentés en de trop nombreuses questions ne demandant que des vérifications élémentaires ne sont pas adaptés à cette épreuve ;
— la démonstration d'une propriété du cours nécessite, si le candidat souhaite la proposer dans sa liste d'exercices ou d'exemples, un réel travail de transformation pédagogique pour qu'elle devienne un véritable exercice, au risque sinon de dévoyer le sens de cette épreuve en reprenant à l'identique des énoncés qui ont en fait toute leur place dans l'épreuve d'exposé.

Cette épreuve nécessite un important travail de préparation en amont car elle suppose une réflexion transversale préalable sur les notions figurant au programme afin de pouvoir en présenter des illustrations variées. Elle demande du recul et il ne faut pas s'étonner de voir le jury demander le schéma général de résolution d'un exercice proposé par le candidat, sans en demander tous les détails : cela suppose de bien maîtriser les mathématiques sous-jacentes et exclut en particulier la recopie d'exercices trouvés à la hâte dans divers recueils.

3.3.1 Présentation motivée des exercices ou exemples

Il s'agit d'expliquer soigneusement les raisons qui ont conduit au choix des exercices et il est inutile de recopier les énoncés au tableau, le jury en disposant déjà. Motiver le choix d'une liste d'exercices, c'est en expliquer la pertinence par des raisons d'ordre pédagogique ou mathématique (l'un n'excluant pas l'autre), préciser les prérequis, situer les exercices dans leur contexte, commenter leur apport sur le plan pédagogique, etc. Le jury recommande aux candidats de préparer soigneusement cette phase de l'épreuve, trop d'entre eux arrivant encore démunis de tout argumentaire solide.

Voici quelques éléments de motivations possibles :

Objectif : s'il est important d'indiquer à quel public s'adressent les exercices et ce qu'ils supposent connu de ce public, ceci doit être fait brièvement. Il faut également décrire quel est l'objectif de chaque exercice : illustration ou complément d'un résultat de cours, entraînement à une technique de calcul particulière, mise en évidence d'une propriété remarquable, etc. Insistons : cette présentation doit être concise.

Niveau : les difficultés éventuelles d'un énoncé doivent être mises en évidence. Le souci de graduer ces difficultés ou d'aider à les surmonter par des indications appropriées ou des questions intermédiaires constitue un aspect possible de la présentation des exercices. Il est important d'indiquer l'apport mathématique de chaque exercice choisi.

Cohérence : les énoncés ne doivent pas constituer une collection hétéroclite, sans que jamais ne se dégage une quelconque méthode un peu générale : leur ensemble doit posséder un certain degré de cohérence, variable selon les sujets. Il serait bon que les candidats puissent dégager les idées, méthodes générales qui entrent en jeu même si elles sont illustrées dans les exercices sur des cas particuliers. Indiquer les connexions pouvant relier certains énoncés est une démarche appréciée, de même que l'indication de la place de ces exercices dans une séquence d'enseignement. Dans tous les cas, il faut s'assurer que les exercices retenus sont en adéquation avec le sujet proposé et « balayent » effectivement l'ensemble du sujet.

Intérêt : un exercice peut apporter un éclairage particulier sur une notion ou laisser entrevoir un développement de celle-ci ou encore en donner une application pertinente. De tels critères peuvent être mis en avant pour justifier du choix d'un exercice. Il est d'ailleurs bon de citer les concepts ou théorèmes sous-jacents. Lorsqu'il existe diverses méthodes ou outils pour résoudre un problème donné, un exercice peut avoir pour objectif d'en comparer certaines, ne serait-ce que sur des exemples.

Originalité : le choix d'un exercice ne doit pas se limiter au recyclage de quelques situations.

3.3.2 Résolution détaillée d'un exercice ou d'un exemple

À l'issue de la présentation des exercices, le candidat désigne un exercice ou exemple qu'il se propose de résoudre en détail. Insistons, comme pour l'épreuve d'exposé, sur le fait que ce choix revient au candidat et non aux examinateurs et qu'il constitue un élément de l'évaluation. Au cours de cette phase, tout comme de la précédente, les examinateurs n'interviennent pas et le candidat doit faire preuve d'autonomie. Il convient néanmoins de mettre en avant certaines erreurs ou maladresses à éviter. Il est très maladroit, et pénalisant, de choisir de développer un premier exercice très élémentaire (la résolution est supposée durer quinze minutes), même si on a donné une liste progressive et substantielle. Il convient d'éviter de présenter un exercice que le nombre pléthorique de questions intermédiaires viderait de sa substance et qui cantonnerait le candidat à une succession de tâches atomisées. On rappelle que les candidats doivent être capables de fournir un énoncé correct des théorèmes qu'ils utilisent lors de la résolution de leurs exercices.

3.3.3 Questions du jury

Ces questions peuvent être de plusieurs sortes. Elles permettent souvent de corriger d'éventuels lapsus ou de mettre en évidence une faille dans la solution ou encore de s'assurer que le candidat a réellement saisi les divers aspects de la résolution (en examinant par exemple l'impact d'une modification des hypothèses sur le résultat annoncé). Il est bien souvent demandé au candidat de donner des précisions sur la résolution de l'exercice qu'il a proposé.

Le candidat doit s'attendre aussi à être interrogé, au moins partiellement, sur la résolution de chacun des exercices qu'il propose. À défaut d'une solution détaillée, il peut lui être demandé les méthodes utilisées ou les différents enchaînements de la résolution. Il est du plus mauvais effet de proposer un exercice que l'on ne sait pas résoudre.

Par ailleurs, les examinateurs cherchent à déterminer si les notions apparaissant dans tel ou tel énoncé sont effectivement connues du candidat. En ce sens, un choix d'exercices trop ambitieux risque d'élever le niveau des questions posées. Il n'est pas recommandé d'évoquer des questions à propos desquelles on n'a aucun recul.

Pour terminer, soulignons que les questions du jury n'ont en aucun cas pour but de déstabiliser le candidat. Elles visent simplement à cerner au mieux l'étendue de ses connaissances et compétences. Encore un fois, précisons que le jury attend un échange scientifque avec le candidat.

3.3.4 Conseils aux candidats

En tout premier lieu, les candidats doivent s'assurer que les énoncés des exercices qu'ils proposent ne comportent pas d'erreurs.

À propos du choix des exercices.

Proposer des exercices variés, dans des champs thématiques différents lorsque l'intitulé du sujet s'y prête, est valorisé. Indiquer leur degré de progressivité est aussi intéressant. Présenter des énoncés à questionnement moins dirigé et qui engagent différentes démarches est également valorisé.

Il est fortement conseillé d'éviter les exercices redondants et qui illustrent la même notion, les exercices hors sujet, les exercices trop élémentaires. Pour ces derniers, il est fort probable que le jury propose des exercices d'un niveau plus soutenu, susceptible de mettre en difficulté le candidat car il devra les résoudre directement au tableau et sans préparation.

Il est attendu du candidat qu'il sache résoudre tous les exercices proposés et pas uniquement celui proposé en développement. Il est également attendu que le candidat soit capable de résoudre un exercice proche d'un de ceux qu'il a proposé.

À propos de la présentation des exercices et de la correction.

Lors de cette présentation, il est attendu du candidat d'indiquer les points saillants qu'apporte chaque exercice plutôt que de le lire ou de reformuler son énoncé et de motiver l'intérêt d'avoir tel ou tel exercice par rapport au thème donné. La présentation des exercices n'a pas tant pour but de les communiquer au jury que de les mettre en valeur et en perspective. Lorsque cela est pertinent, il peut être bon durant ces dix minutes de présentation de rappeler les théorèmes importants utilisés pour la résolution de chaque exercice. Ces théorèmes étant parfois longs et techniques, il vaut mieux les écrire au tableau, au risque sinon d'être mal compris par le jury. Il est également possible lors de cette présentation de donner des clés de résolution de certains des exercices de manière synthétique.

Il est déconseillé d'écrire les énoncés des exercices lors de la présentation : le jury dispose de ces énoncés.

À propos des questions du jury.

Les candidats doivent savoir réagir efficacement et ne pas être déstabilisés par une question du type « Pourriez-vous nous énoncer ce théorème comme vous étiez en cours face à des étudiants ? » et être capable de donner un énoncé ou une définition claire et mathématiquement irréprochable.

4 Liste des sujets d'oral pour la session 2024

4.1 Leçons d'algèbre et géométrie

101 Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.

102 Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.

103 Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

104 Structures quotients, exemples et applications.

105 Nombres premiers. Propriétés et applications.

106 Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.

107 PGCD dans $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{K}[X]$ où $\mathbb{K}$ est un corps commutatif, théorème de Bézout. Algorithme d'Euclide. Applications.

108 Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes. On supposera les généralités sur les anneaux de polynômes connues.

109 Racines d'un polynôme à une indéterminée. Relations coefficients-racines. Applications.

110 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.

111 Formes linéaires, hyperplans, dualité en dimension finie. Exemples.

112 Déterminants. Applications.

113 Systèmes d'équations linéaires. Applications.

114 Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications. Aspects algorithmiques.

115 Diverses factorisations de matrices. Applications.

116 Notion de rang en algèbre linéaire et bilinéaire. Applications.

117 Valeurs propres et vecteurs propres. Recherche et utilisation.

118 Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications. (On supposera connues les notions de valeurs propres, vecteurs propres et sous-espace propres).

119 Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.

120 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien. Applications.

121 Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.

122 Endomorphismes trigonalisables et nilpotents. Applications.

123 Groupe linéaire $\mathrm{GL}(E)$ d'un espace vectoriel de dimension finie E. Sous-groupes. Applications.

124 Barycentres. Applications.

125 Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.

126 Espaces préhilbertiens réels. Orthogonalité, projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Applications.

127 Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel de dimension finie. Cas d'un espace euclidien. Applications aux coniques.

128 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.

129 Isométries du plan affine euclidien, décomposition canonique. Applications.

130 Utilisation des nombres complexes en géométrie.

131 Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

132 Utilisation de groupes en géométrie.

133 Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

4.2 Leçons d'analyse et probabilités

201 Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.

202 Séries à termes réels positifs. Applications.

203 Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence. (Les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs sont supposés connus).

204 Vitesse de convergence. Méthodes d'accélération de convergence.

205 écriture décimale d'un nombre réel. Cas des nombres rationnels.

206 Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.

207 Théorèmes des accroissements finis. Applications.

208 Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.

209 Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.

210 Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.

211 Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.

212 Séries entières d'une variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.

213 Série de Fourier d'une fonction périodique. Propriétés de la somme. Exemples.

214 Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.

215 Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de $\mathbb{R}$ (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.

216 Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.

217 équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, où a, b, c sont des fonctions continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$, à valeurs réelles ou complexes.

218 Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.

219 Diverses méthodes de résolution approchée d'une équation numérique ou d'une équation différentielle.

220 Étude des courbes planes.

221 Parties compactes de $\mathbb{R}^n$. Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.

222 Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité, fonctions de classe $\mathcal{C}^1$. Exemples.

223 Extremums d'une fonction de plusieurs variables réelles.

224 Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications.

225 Applications linéaires continues, normes associées. Exemples.

226 Suites dans un espace vectoriel normé.

227 Théorèmes de points fixes.

228 Espérance, variance. Applications.

229 Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.

230 Conditionnement et indépendance en probabilités. Exemples.

231 Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi. Variables aléatoires de loi binomiale et approximations de la loi binomiale.

232 Loi normale en probabilités et statistiques.

233 Couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples d'application.

4.3 Exemples et exercices d'algèbre et géométrie

301 Exercices sur les groupes.

302 Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini.

303 Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.

304 Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans $\mathbb{Z}$.

305 Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM, dans $\mathbb{Z}$, $\mathbb{K}[X], \ldots$

306 Exercices illustrant l'utilisation des nombres premiers.

307 Exercices utilisant les corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

308 Exercices sur les polynômes et les fractions rationnelles.

309 Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.

310 Exercices faisant intervenir des dénombrements.

311 Exercices faisant intervenir des changements de base en algèbre linéaire et bilinéaire.

312 Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.

313 Exercices illustrant l'utilisation de la notion de rang.

314 Exercices illustrant l'utilisation de systèmes d'équations linéaires.

315 Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice. Aspects algorithmiques.

316 Exercices sur les endomorphismes diagonalisables ou trigonalisables.

317 Exercices utilisant la notion d'endomorphisme nilpotent.

318 Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.

319 Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.

320 Exercices illustrant l'utilisation de décompositions de matrices.

321 Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.

322 Exercices sur les formes quadratiques.

323 Exercices sur les coniques.

324 Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.

325 Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.

326 Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.

327 Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux.

328 Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.

329 Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.

4.4 Exemples et exercices d'analyse et probabilités

401 Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.

402 Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence ou de façon implicite.

403 Exemples de séries à termes réels ou complexes absolument convergentes et semi-convergentes.

404 Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.

405 Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.

406 Exemples de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série. Estimation de l'erreur.

407 Exemples d'approximations d'un nombre réel. Aspects algorithmiques.

408 Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.

409 Exemples d'étude de fonctions définies par une série.

410 Exercices sur les séries entières et leurs applications.

411 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.

412 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.

413 Exemples illustrant l'approximation de fonctions numériques.

414 Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.

415 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.

416 Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. Aspects algorithmiques.

417 Exemples d'étude d'intégrales généralisées.

418 Exemples d'utilisation d'intégrales simples et multiples : calculs de longueurs, d'aires, de volumes...

419 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.

420 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.

421 Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires.

422 Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.

423 Exemples d'étude qualitative d'équations différentielles ou de systèmes différentiels.

424 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.

425 Exercices utilisant des probabilités conditionnelles et la notion d'indépendance.

426 Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.

427 Exemples d'estimation en statistiques : estimation ponctuelle, estimation par intervalles de confiance.

428 Exercices illustrant l'utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistiques.

429 Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme.

430 Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations $F(x) = 0$.

431 Exemples d'équations fonctionnelles.

432 Exemples d'applications de la notion de compacité.

433 Exemples d'utilisation d'inégalités classiques en analyse et en probabilités.

434 Exemples d'utilisation de polynômes en analyse.